brikkerne til
regning & matematik

# areal og rumfang

F+E+D



preben bernitt

**brikkerne**
til
regning & matematik
**areal og rumfang ,F**
ISBN: 978-87-92488-18-3
1. Udgave som E-bog




**bernitt-matematik.dk**
mail@bernitt-matematik.dk
Fjordvej 6
4300 Holbæk

# Forord

Hæftet er et af ni, der er udarbejdet til undervisning på VUC på niveauerne F+E+D og dette indeholder *kernestoffet*, som det er beskrevet om areal og rumfang i undervisnings-vejledningen om trin F.

Dette er en *beta-udgave*, der er udarbejdet med baggrund i den vejledning om undervisning på VUC, der udkom i  2009. I forhold til de faglige krav, der viser sig at blive stillet ved de fremtidige skriftlige prøver efter trin D kan der være fag-indhold, der mangler og der kan være fag-indhold, der senere viser sig ikke er være relevant.

bernitt-matematik.dk fralægger sig ethvert ansvar for eventuelle følger af at anvende hæftet.

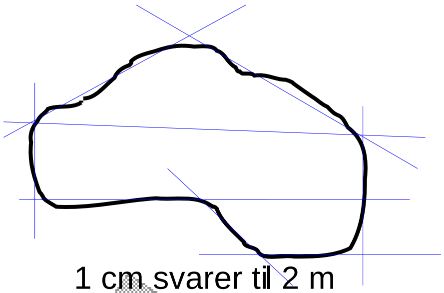
Siderne er opdelt således, at først forklares og vises med eksempler og derefter er der opgaver, man skal løse. Hvis man kan se at man uden vanskelighed kan løse opgaverne, kan man springe dem over.

Fra side 18 er facitliste og fra side 20 en oversigt over mål og formler vedrørende areal og rumfang.

# Tilnærmet areal

### *Eksempel 1:*

Du overvejer at købe en fritids grund, hvorpå der ligger en sø. Du vil regne ud hvor stort et areal søen dækker. På en tegning ser søen sådan ud:



1 cm svarer til 2 m

Trekanten:
Grundlinie: 2· 4,2 = 8,4 m og højde: 2 · 1,2 = 2,4 m
Areal: 8,4 · 2,4 : 2 = <u>10,08 $m^2$</u>

Øverste trapez:
Parallelle sider: 2 · 1,0 og 2 · 0,8 = 2,0 m og 1,6 m
Højde: 2 · 4,2 = 8,4 m
Areal: (2,0 + 1,6) · 8,4 : 2 = <u>15,12 $m^2$</u>

Nederste trapez:
Parallelle sider: 2 · 2,0 og 2 · 1,3 = 4,0 m og 2,6 m
Højde: 2 · 0,7 = 1,4 m
Areal: (4,0 + 2,6) · 1,4 : 2 = <u>4,62 $m^2$</u>

I alt: = 29,82 $m^2$
Afrundes til: = 30 $m^2$

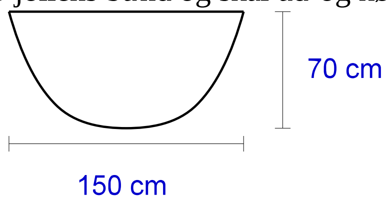


### *Forklaring:*

Skal man finde arealet af en uregelmæssig figur kan man finde en tilnærmet værdi for arealet sådan:

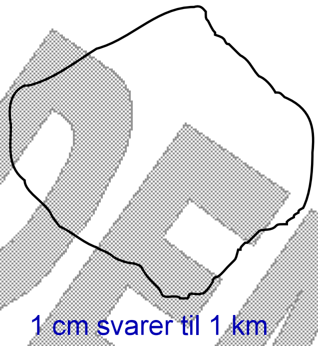
- Tegn linier, der deler figuren i firkanter og trekanter.
- Beregn firkanternes og trekanternes areal ved at bruge formlerne på side 21.
- Lav en passende afrunding af facit.

**1** Tegningen herunder viser tværsnittet af en jolle.
Jollen er 8 meter lang.
Du skal male jollens bund og skal ud og købe maling.



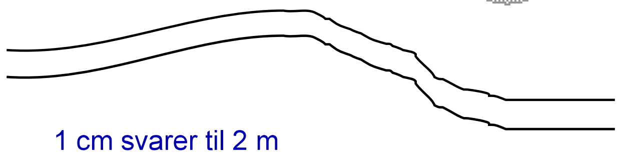

- Hvor mange $m^2$ vil du regne med du skal male?

**2** Tegningen herunder viser omridset af en skov.




- Tegn en cirkel, der med tilnærmelse har samme areal som skoven.
- Beregn skovens areal. Facit skal angives i $m^2$ og hektar.

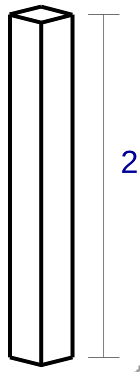
**3** Tegningen her viser en sti, der skal asfalteres.




- Find stiens areal.

# Overfladeareal

***Eksempel 1:***
Du skal male en firkantet søjle på dens fire sider og vil regne arealet ud. Søjlen ser ud som på skitsen herunder.



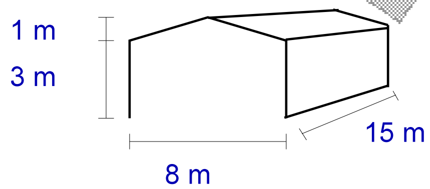

Søjlens sider er alle 30 cm bredde.

Overflade-areal: $0{,}30 \cdot 2{,}85 \cdot 4 = 3{,}42\ m^2$

***Forklaring:***
Kasser, prismer, pyramider og pyramidestubbe har overflader, der består af rektangler, trekanter eller trapezer. Overfladens samlede areal beregnes ved at lægge arealerne af disse sammen.



**1** Tegningen herunder er en skitse, der viser facaden på et hus.

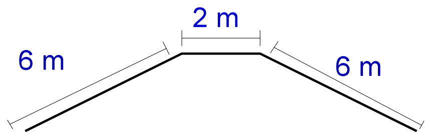



- Væggene skal kalkes. Find deres samlede overflade-areal.

**2** En papkasse skal være 75 cm lang, 30 cm høj og 40 cm bred.

- Find kassens overfladeareal og dermed hvor meget pap, der skal bruges.

**3** En jordvold har et tværsnit som vist her.
Volden er 200 m lang og skal tilsås med græs.




● Hvor stort et areal skal tilsås med græs?

**4** I midten af et springvand skal bygges en pyramidestub, der skal beklædes med mosaik.
Pyramiden skal have en sekskantet grundflade, hvor en kant skal være 30 cm.
Kanterne i toppen skal være 5 cm.
Afstanden fra midten af en bundkant og op til midten af topkanten skal være 3 m.

● Hvor stort et areal skal beklædes med mosaik?

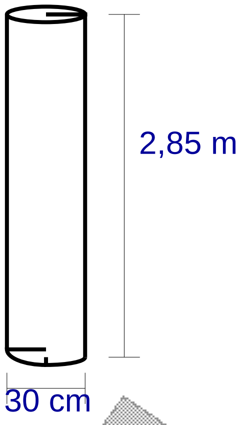
**5** Et trådhegn hæftes op på firkantede stolper.
Stolperne er 180 cm høje og måler 5 cm × 5 cm.
I alt skal der være 15 stolper.
Inden stolperne sættes i jorden skal de behandles med træbeskyttelse, der har en rækkeevne på 2 $m^2$ pr. liter.

● Hvor meget maling skal der bruges?

**6** Du har en gang i dit hus, som du vil sætte istand.
Gangen er 6 m lang og 120 cm bred.
Loftshøjden er 237 cm.
Væggene skal males og gulvet lakeres.
Loftet skal beklædes med trælister, der er 150 cm lange og 5 cm bredde.

● Hvad vil du indkøbe?

### *Eksempel 2:*
En søjle er formet som en cylinder som ser ud som herunder:




Radius i grundfladen: 30 : 2 = 15 cm
Den krumme overflade: $2 \cdot \pi \cdot 0{,}15 \cdot 2{,}85 = 2{,}7\ m^2$

### *Forklaring:*
På side 21 er der formler, der kan bruges, hvis man skal beregne arealer af overflader der er krumme som fx overfladerne på en kugle, cylinder, kegle eller keglestub.

Skal man beregne den samlede overflade af fx en cylinder skal man huske at lægge top- og grundflade til.

**1** 30 runde stolper skal smøres med træbeskyttelse.
Stolperne er 270 cm lange og 10 cm i tværsnit.
Træbeskyttelsesmidlet rækker til 3 $m^2$ pr. liter og stolperne skal have to gange.

- Hvor meget træbeskyttelsesmiddel skal der bruges?

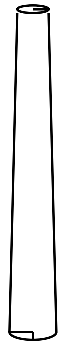
**2** En metalbøje skal rustbehandles så den kan modstå saltvand.
Bøjen har form som en kugle med en diameter på 1 m.

- Hvor stor en overflade har kuglen?

**3** En rørledning skal udvendigt påføres tjære.
Rørledningen er 2½ km lang og har en udvendig diameter på 30 cm.

● Hvor stort et areal skal påføres tjære?

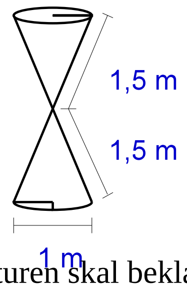
**4** En skorsten har den facon som er skitseret her:



Skorstenens side er målt udvendigt 150 m fra bunden af til toppen.
Radius i bunden er 15 m og i toppen 10 m.
Skorstenen skal males.

● Hvor stort et areal skal males?

**5** En skulptur har en facon som vist herunder.




Skulpturen skal beklædes med mosaik.
Der skal både være mosaik på siderne og på toppen.

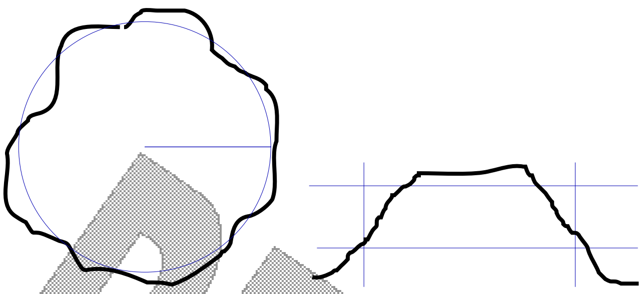
● Hvor stort et areal skal beklædes?

# Tilnærmet rumfang

### *Eksempel 1:*

En lille bakke ser ud som vist på de to tegninger. Du vil regne ud hvor mange kubikmeter jord den rummer. Det skal du vide når du skal indhente tilbud på hvad det vil koste at få den fjernet.

Grundrids Tværsnit



1 cm svarer til 2 m



Faconen er med tilnærmelse en cylinder med radius i grundfladen på 2,2 m og højde på 1,8 m.

Rumfang: $2{,}2 \cdot 2{,}2 \cdot \pi \cdot 1{,}8 \quad = \quad 27{,}37\ \text{m}^3$

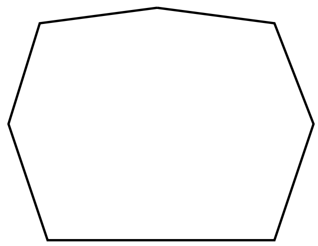
Afrundes til: $\quad = \quad 30\ \text{m}^3$

### *Forklaring:*

Skal man finde rumfanget af en uregelmæssig figur kan man finde en tilnærmet værdi sådan:

- Beslut hvilken facon (kasse, prisme, cylinder, kegle m.v.) som passer bedst på figuren.
- Tegn hjælpelinier, der bruges til at finde de nødvendige mål.
- Beregn rumfanget ved at bruge formlerne på side 21.
- Lav en passende afrunding af facit.

**1** Du har en WC-cisterne som har mål som vist på tegningen.

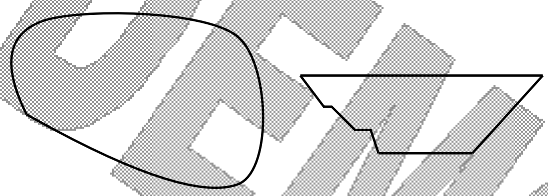


1 cm svarer til 10 cm

Cisternen måler 10 cm i dybden og porcelænet, den er lavet af er 1 cm tykt.
Du vil regne ud, hvor mange liter vand der kan være i den.

- Hvilken type figur vil du bruge?
- Hvor mange liter tror du den rummer?

**2** Tegningen viser et havebassin. Tegningen til venstre viser vandoverfladen og tegningen til højre er et tværsnit.

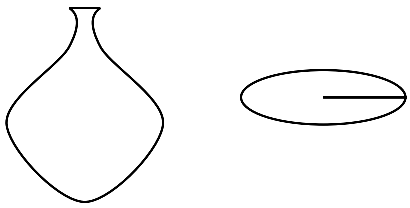


1 cm svarer til 1 m

- Hvor mange $m^3$ vand kan det rumme?



**3** Tegningen viser et lodret og et vandret snit af en vase.



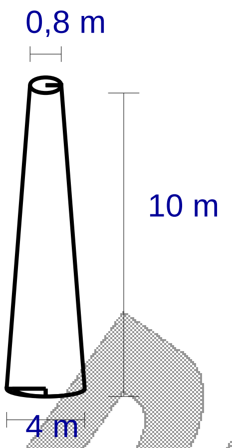
1 cm svarer til 10 cm

Vasen er fyldt med vand og du skal tilsætte et anti-råd middel.
Der skal tilsættes 5 ml for hver dl vand.

- Hvor meget anti-råd middel vil du tilsætte?

# Keglestub og pyramidestub

***Eksempel 1:***
En skorsten skal have den facon, der er vist herunder.
Du skal beregne dens rumfang.




Faconen er en keglestubs.
Rumfang: $(2 \cdot 2 + 0{,}4 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}4) \cdot \pi \cdot 10 : 3 =$
$(4 + 0{,}16 + 0{,}8) \cdot \pi \cdot 10 : 3 =$
$4{,}96 \cdot \pi \cdot 10 : 3 = 31{,}5 \text{ m}^3$

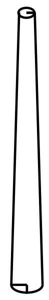


***Forklaring:***
En keglestub og en pyramidestub, er de figurer der kommer ud af at skære toppen af en kegle eller pyramide med et skær, der er parallelt med grundfladen.

På side 21 er to formler til beregning af keglestubbes og pyramidestubbes rumfang.

Når man bruger formlerne er det vigtigt at overholde reglerne for den rækkefølge man skal udregne udtryk, der indeholder både parenteser, gange, division, kvadratrod og plus:
- først udtrykket i parentes og her:
  først gange og kvadratrod
  derefter plus
- derefter gange og division

**1** Et vindmølletårn har facon som vist herunder.



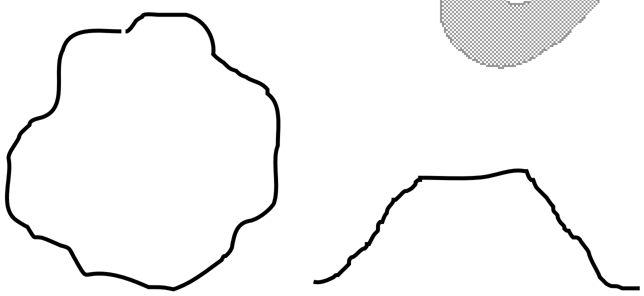
Tårnet er 25 m højt og har en diameter i bunden på 3 m og i toppen på 2 m.
Tårnet er lavet af glasfiber med en tykkelse på 10 cm.

- Find tårnets ydre rumfang.
- Find tårnets indre rumfang og derefter rumfanget af glasfiberen.

**2** Maya-riget i Mexico byggede pyramider, der var formet som pyramidestubbe.
Den største har en kvadratisk grundflade, der er 200 m på hver led, er 80 m høj og har en kvadratisk top der måler 50 m på hver led.

- Find pyramidens rumfang i $m^3$.

**3** En lille bakke har facon som vist med tværsnit og længdesnit herunder.



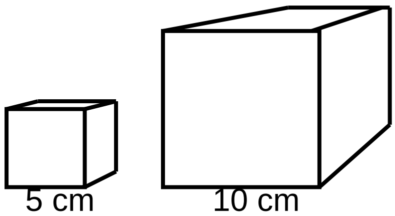
1 cm svarer til 10 m

- Hvor mange $m^3$ jord tror du højen rummer?

# Længde, areal og rumfang

### *Eksempel 1:*

To terninger har samme facon men den ene har længdemål, der er dobbelt så store som den anden.




Du vil sammenligne deres overfladearealer og deres rumfang.

| | |
|---|---|
| Sidelængde: | = 5 cm og 10 cm |
| Overflade arealer: | |
| $5 \cdot 5 \cdot 4$ og $10 \cdot 10 \cdot 4$ | = 100 $cm^2$ og 400 $cm^2$ |
| Rumfang: | |
| $5 \cdot 5 \cdot 5$ og $10 \cdot 10 \cdot 10$ | = 125 $cm^3$ og 1.000 $cm^3$ |

### *Forklaring:*

Når sidelængderne er dobbelt så store bliver arealerne fire gange så store og rumfanget 8 gange så stort.
Det gælder ikke kun for terninger. Det gælder for alle figurer, der er ligedannede - dvs. har samme facon men forskellig størrelse.



**1** Du skal undersøge om sammenhængen i eksemplet også gælder for kugler.
Du har tre kugler med radius på 1 m, 2 m og 3 m.

- Beregn kuglernes overfladeareal og deres rumfang. Brug tallet 3 for $\pi$.
- Skriv tal for forholdet mellem kuglernes længder, deres overflader og deres rumfang.

***Eksempel 2:***
På et kort har du målt en grund med form som et rektangel til at være 4 cm gange 8 cm.
Kortet er tegnet i forholdet 1 : 500.
Du vil finde grundens areal.

Areal på kortet: $4 \cdot 8 = 32\ cm^2$
Areal i virkeligheden: $32 \cdot 500 \cdot 500 = 8.000.000\ cm^2$
Areal i $m^2$: $8.000.000 : 10.000 = 800\ m^2$

***Forklaring:***
Når forholdet mellem cm og m er 1 : 100 er forholdet mellem $cm^2$ og $m^2$
$1 : (100 \cdot 100) = 1 : 10.000$
og forholdet mellem $cm^3$ og $m^3$
$1 : (100 \cdot 100 \cdot 100) = 1 : 1.000.000$

**1** Et tegning af en grund er tegnet i målestokforholdet 1 : 100.
Tegningen er et rektangel med målene 27 cm og 30 cm.

- Hvor mange cm måler grunden i virkeligheden?
- Hvor mange $cm^2$ måler grunden i virkeligheden?
- Hvor mange $m^2$ måler grunden i virkeligheden?

**2** En kasseformet beholder måler 1 m × 0,5 m × 0,5 m.
Beholderen bruges til at opbevare mælke-kartoner á 1 liter.

- Hvor mange $m^3$ rummer beholderen?
- Hvor mange liter rummer den?

**3** Omsæt til $m^2$.

- $10.000\ cm^2$ $\quad$ $1\ cm^2$ $\quad$ $1$ mio $cm^2$

**4** Omsæt til liter.

- $1\ m^3$ $\quad$ $170\ m^3$ $\quad$ $1\ cm^3$

# Massefylde

***Eksempel 1:***
Du skal bruge en jernbjælke, der er formet som et prisme med en grundflade, der måler 3 cm gange 2 cm og en længde på 1,5 m. Du har læst at jern har en massefylde på 7,2 og vil finde bjælkens vægt.

Rumfang: $3 \cdot 2 \cdot 150 = 900\ cm^3$
Vægt: $900 \cdot 7{,}2 = 6.480\ g = 6{,}480\ kg$

***Forklaring:***
At et materiale, har en massefylde på 7,2 betyder at:
- 1 $cm^3$ vejer 7,2 g
- 1 $dm^3$ (1 liter) vejer 7,2 kg
- 1 $m^3$ vejer 1.000 kg (1 ton)

***Eksempel 2:***
Du har en jerngenstand som vejer 1.500 g. Jern har en massefylde på 7,2 og du vil finde genstandens rumfang.

Rumfang: $1.500 : 7{,}2 = 208\ cm^3$

***Forklaring:***
Hver gang tallet for massefylde er indeholdt i tallet for vægt har man én rumfangsenhed. Derfor dividerer man vægten med massefylden for at finde rumfanget.

***Eksempel 3:***
Du har en genstand, som vejer 512 g.
Du har også målt dens rumfang og det var ca. 70 $cm^3$.
Du vil finde ud af om den kan være lavet af jern.

Massefylde: $512 : 70 = 7{,}3$

Da jern har massefylden 7,2 kan det nok godt være jern.

***Forklaring:***
Massefylden er tallet for hvad hver rumfangsenhed vejer. Derfor deler man vægten med rumfanget.
Man skal huske at bruge de enheder, der passer sammen: g og $cm^3$, kg og liter samt ton og $m^3$.

**1** En kugle er lavet af jern.
Kuglen har et tværmål på 5 cm.
Jerns massefylde er 7,2.

- Find kuglens vægt.

**2** En grusbunke skal flyttes.
Bunken har form som en kegle med højden 1,5 m og et tværsnit på 3 m.
Grus har en massefylde på 3,5.

- Hvad vejer gruset?

**3** Sprit har en massefylde på 0,9.

- Hvor meget fylder 1 kg sprit?

**4** Du har købt et guldarmbånd.
I et målebæger måler du at det fylder 30 ml.
Med en vægt finder du at det vejer 120 g.
Guld har en massefylde på 19,3.

- Er armbåndet lavet af massivt guld?

**5** For at en genstand skal kunne flyde skal den have en massefylde på under 1.
En jolle vejede 125 kg.

- Hvor meget skal den fylde for at den kan flyde?

**6** En nat faldt der 25 cm sne på et fladt tag, der målte 50 m gange 30 m.
Sneens massefylde var 0,3.

- Hvor mange tons vejede sneen?