

DEMO brikkerne til  
regning & matematik

# formler og ligninger

trin 2

preben bernitt

Køb hele hæftet og få Hjælp på [www.bernitt-matematik.dk](http://www.bernitt-matematik.dk) eller lån gratis på [www.eReolen.dk](http://www.eReolen.dk) DEMO

**brikkerne**

til  
regning & matematik  
**formler og ligninger, trin 2**

ISBN: 978-87-92488-09-1

1. Udgave som E-bog

© 2003 by bernitt-matematik.dk

Kopiering er kun tilladt efter aftale med bernitt-matematik.dk.

Læs nærmere om dette på

[www.bernitt-matematik.dk](http://www.bernitt-matematik.dk)

eller kontakt nedenstående adresse.

**bernitt-matematik.dk**

[mail@bernitt-matematik.dk](mailto:mail@bernitt-matematik.dk)

Fjordvej 6

4300 Holbæk

DEMO Køb brikkerne og få Hjælp på [www.bernitt-matematik.dk](http://www.bernitt-matematik.dk) eller låne gratis på [www.eReolen.dk](http://www.eReolen.dk) DEMO

## Til den, der skal bruge hæftet

Dette hæfte handler om at bruge, omdanne og fremstille formler og bruge dem til at løse regnemæssige problemer, der ellers ville være meget vanskelige at tænke sig til løsningen af.

Hæftet er lavet til den, der kender til at bruge formler og løse simple ligninger. Det kan man have fået kendskab ved at arbejde med hæftet: Formler og ligninger 1. På side 20 og øverst side 21 står de regneregler til løsning af ligninger, der gennemgås i det hæfte. Det kan være en fordel at læse dette inden man går i gang med opgaverne i dette hæfte.

Hæftet starter med arbejde med formler i praktiske situationer. Derefter følger nogle sider af mere teoretisk art. Disse sider er nødvendige for at lære at fremstille og bruge egne formler og ligninger.

Ved eksempler vises det, hvordan man bearbejder formler i forskellige situationer og fagudtryk forklares. Derefter er der opgaver man skal løse.

Man behøver ikke løse alle opgaverne: Hvis man har forstået eksemplerne og kan se, at man uden problemer kan løse opgaverne, kan man springe dem over.

På side 18 er en facitliste. Der kan man se om man regner rigtigt.

På side 20 til 23 er samlet de regneregler og fagudtryk, som arbejdet med dette hæfte indlærer. Siderne kan også bruges som en indholdsfortegnelse til hæftet fordi der ved hver regel er en henvisning til, hvor i hæftet man kan læse mere.

DEMO Køb hele hæftet og få Hjælp på [www.bemid-matematik.dk](http://www.bemid-matematik.dk) eller lånt gratis på [www.eReolen.dk](http://www.eReolen.dk) DEMO

# DEMO Omdannelse af formler

## Eksempel 1:

Formlen herunder er lavet til at udregne prisen på en taxatur, hvis man ved hvor lang turen er.

Turens længde i km: L

Prisen for en taxatur i kr.: P

$$P = 10L + 20$$

Du vil omdanne formelen så den bliver god til at finde ud af, hvor langt man kan køre for en bestemt pris.

$$P = 10L + 20$$

$$P - 20 = 10L + 20 - 20$$

$$P - 20 = 10L$$

$$(P - 20) : 10 = 10L : 10$$

$$(P - 20) : 10 = L$$

$$L = (P - 20) : 10$$

## Forklaring:

Formler er fremstillet til at være gode til at regne den ting ud, der står inden lighedstegnet. I eksemplet prisen for en taxatur. Ved at bruge regnereglerne til løsning af ligninger kan man omdanne en formel så den bliver god til at regne de andre ting ud der indgår i formelen.

Regneregler om ligninger:

Man må:

- lægge det samme til på begge sider af lighedstegnet
- trække det samme fra
- gange med det samme
- dividere med det samme
- uddrage den samme rod
- opløfte med den samme potens
- ombytte de to udtryk på hver sin side af lighedstegnet.

Regnereglerne bruges sådan at man opnår at få det ønskede bogstav til at stå alene på den vestre side af lighedstegnet.

1 Se formelen herunder:

Pris med moms:  $P_{\text{incl}}$

Pris uden moms:  $P_{\text{excl}}$

Ved en momsprocent på 25 gælder:

$$P_{\text{incl}} = 1,25P_{\text{excl}}$$

- Brug formelen til at finde, hvad en vare kommer til at koste med moms, hvis den uden moms koster 240 kr.
- Omdan formelen så den bliver god til at finde prisen uden moms, hvis du kender prisen med moms.
- Brug den omdannede formel til at finde prisen uden moms, hvis prisen med moms er 1200 kr.

2 Se formelen herunder:

Pris for mobiltelefon pr. måned:  $P$

Taletid i minutter i en måned:  $t$

$$P = 1,50t + 235$$

- Brug formelen til at finde hvad det koster at have mobiltelefonen i en måned hvor du taler 120 minutter.
- Omdan formelen så den bliver god til at finde, hvor længe du kan tale, når du ved hvor meget du har råd til at betale.
- Brug den nye formel til at finde hvor længe du kan tale for 500 kr.

3 Se formelen herunder:

Indtægt ved salg af obligation:  $I$

Obligationens pålydte værdi:  $P$

Kurs:  $k$

$$I = kP - 55$$

- Omdan formelen så den bliver god til at finde kursen

4 Se formlerne herunder:

$$y = 2x + 4$$

$$y = x - 5$$

$$y = 3x - 6$$

- Omdan formlerne så  $x$  kommer til at stå alene.

### Eksempel 2:

Formlen herunder kan bruges til at beregne et trapez areal, hvis man kender længden på de to parallelle sider og afstanden mellem dem.

Længden af de parallelle sider: a og b

Afstanden mellem dem: h

Arealet: A

$$A = \frac{1}{2}h(a + b)$$

Du vil omdele formelen så den bliver god til at beregne længden af den ene side i et trapez, hvor man kender længden af den anden side, højden og arealet.

$$A = \frac{1}{2}h(a + b)$$

$$A = \frac{1}{2}h \cdot a + \frac{1}{2}h \cdot b$$

$$A - \frac{1}{2}h \cdot b = \frac{1}{2}h \cdot a + \frac{1}{2}h \cdot b - \frac{1}{2}h \cdot b$$

$$A - \frac{1}{2}h \cdot b = \frac{1}{2}h \cdot a$$

$$2 \cdot (A - \frac{1}{2}h \cdot b) = 2 \cdot \frac{1}{2}h \cdot a$$

$$2 \cdot (A - \frac{1}{2}h \cdot b) = h \cdot a$$

$$2 \cdot (A - \frac{1}{2}h \cdot b) : h = h \cdot a : h$$

$$2 \cdot (A - \frac{1}{2}h \cdot b) : h = a$$

$$a = 2 \cdot (A - \frac{1}{2}h \cdot b) : h$$

### Forklaring:

I formelen i eksemplet indgår en parentes og en brøk.

Man fjerner parenteser ved at bruge følgende regler:

- parenteser med minus foran:  
når parentesen fjernes skal alt i parentesen ændre fortegn.
- parenteser med plus foran:  
kan fjernes uden at foretage ændringer.
- Parenteser med gange eller division:  
Alt i parentesen skal ganges eller divideres med det der står udenfor parentesen.

Man fjerner brøker sådan:

- gang med et tal på begge sider af lighedstegnet.  
Tallet skal være valgt sådan at brøkernes nævnere går op i tallet.

1 Se formlen herunder:

Indestående på bankkonto efter rentetilskrivning: I

Forrentet beløb: K

Rentesats i %: r

$$I = K(1 + r)$$

- Omdan formlen så den bliver god til at udregne det forrentede beløb.
- Brug den nye formlen til at finde hvor stort et beløb man skal have forrentet for at få et indestående på 10.000 kr. ved en rentesats på 10%.

2 Se formlen herunder:

Tid i minutter for kogning af 1 liter vand: T

El-kedels effekt i kilowatt: E

Vandets begyndelses temperatur: t

$$T = 0,068 \cdot (100 - t) : E$$

- Omdan formlen så den bliver god til at regne begyndelsestemperaturen ud.
- Brug den nye formel til at regne begyndelsestemperaturen ud for 1 liter vand der blev bragt til at koge på 2 minutter med en el-kedel med en effekt på 3 kilowatt.

3 Se formlerne herunder:

$$y = 2(x - 3)$$

$$y = (3x + 2) : 4$$

- Omdan formlerne så x kommer til at stå alene.

4 Se formlerne herunder:

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$$

- Omdan formlerne så x kommer til at stå alene.

Om regneregler for ligninger, om parenteser på side 20 og omdannelse af formler side 21

---

**Omdannelse af formler 7**

## To ligninger med to ubekendte

### Eksempel:

Du skal finde de to tal  $x$  og  $y$  der gør følgende ligninger sandfærdige:

$$2x - 3y = 5 \quad \text{og} \quad y + 2x = 1$$

Du gør sådan:

$$2x - 3y = 5 \quad \text{og} \quad y + 2x - 2x = 1 - 2x$$

$$2x - 3y = 5 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2x$$

$$2x - 3(1 - 2x) = 5 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2x$$

$$2x - 3 + 6x = 5 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2x$$

$$8x - 3 = 5 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2x$$

$$8x - 3 + 3 = 5 + 3 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2x$$

$$8x = 8 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2x$$

$$x = 1 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2x$$

$$x = 1 \quad \text{og} \quad y = 1 - 2 \cdot 1$$

$$x = 1 \quad \text{og} \quad y = -1$$

### Forklaring:

En ligning med to ubekendte har uendelig mange løsninger: til hvert tal man sætter ind på den ene ubekendtes plads kan man finde et tal, der passer ind på den andens plads.

Har man to ligninger med de to ubekendte kan man finde en fælles løsning ved at benytte metoden i eksemplet:

- Først isoleres den ene ubekendte i den ene ligning. I eksemplet er det ligningen til højre der er nemmest at bruge.
- I anden linie står en beskrivelse af  $y$  som derefter indsættes i stedet for  $y$  i den venstre ligning.
- Nu er den venstre ligning blevet til en ligning med kun én ubekendt.
- Den løses.
- Løsningen indsættes i den højre ligning så  $y$  kan findes.



1 Se ligningerne herunder.

$$x + 2y = 4 \text{ og } 3x = y - 2$$

- Løs ligningerne ved at bruge følgende fremgangsmåde:
  - Isolér  $x$  i ligningen til venstre
  - Indsæt beskrivelsen af  $x$  på  $x$ -s plads i den højre ligning.
  - Løs den højre ligning og find dermed  $y$ .
  - Indsæt  $y$ -s værdi i den venstre ligning og find dermed  $x$

2 Se ligningerne herunder:

$$3y + 4 = 2x \text{ og } 2x - y = 4$$

- Vælg den af ligningerne som du synes det vil være nemmest at isolere  $x$  eller  $y$  og løs derefter ligningerne.

Løs ligningerne herunder.

- $3x - 4 = 2y - 3$  og  $-2x - y = 4$
- $4 - 2x = y + 1$  og  $3x = 2y + 8$
- $2x - 8 = 2y - 5$  og  $x + y = 6$
- $4x - 3y = 8 - y$  og  $2x = 3y - 6$

4 Løs ligningerne herunder:

- $2x - \frac{1}{2}y = 6$  og  $x - 3 = y$
- $\frac{1}{2}x - 2y = 5$  og  $3x = 2y - 5$
- $-x + 2y = 3y$  og  $x = 2y - 3$
- $5 = x + y$  og  $3x - 4 = 5x$

5 Løs ligningerne herunder:

- $8 - x = 2y$  og  $2x - 3y = 2$
- $\frac{1}{2}x - 3 = 2y$  og  $y - 3x = 4$
- $6 = 4 - x$  og  $y = 3x$
- $3x = 2y - 4$  og  $x = y$

Om to ligninger med to ubekendte

---

**To ligninger med to ubekendte 9**

## 2. grads ligninger

### Eksempel 1:

Du skal løse denne ligning:

$$2x^2 - 5 = 4x + 1$$

Formlen i rammen herunder kan bruges til løsning af alle ligninger, hvor der er et led med "i anden".

Formel til at finde løsninger til en 2. grads ligning der har formen:  $x^2 + ax + b = 0$

Antal  $x^2$ :

Tallet foran  $x$ : a

Tallet uden  $x$ : b

Løsningerne: l

$$l = -0,5a \pm \sqrt{(0,5a)^2 - b}$$

Du omdanner først ligningen til at have den form, som formelen kræver:

$$2x^2 - 5 = 4x + 1$$

$$2x^2 - 5 - 4x - 1 = 4x - 4x + 1 - 1$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$2x^2 : 2 - 4x : 2 - 6 : 2 = 0 : 2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Så bruger du formelen:

$$l = -0,5a \pm \sqrt{(0,5a)^2 - b}$$

$$l = -0,5 \cdot -2 \pm \sqrt{(0,5 \cdot -2)^2 - -3}$$

$$l = 1 \pm \sqrt{1 + 3}$$

$$l = 1 \pm \sqrt{4}$$

$$l = 1 \pm 2$$

$$l = 1 + 2 \text{ eller } l = 1 - 2$$

3 og -1 er løsninger til ligningen.

### Forklaring:

2. grads ligninger er ligninger, hvor der indgår et led, der er "i anden".

Formlen kan bruges på alle 2. grads ligninger, der er omdannet til den form, der er vist i rammen.