brikkerne til
regning & matematik

geometri

F+E+D

preben bernitt

brikkerne
til
regning & matematik
geometri, F+E+D
ISBN: 978-87-92488-16-9
1. Udgave som E-bog

bernitt-matematik.dk
mail@bernitt-matematik.dk
Fjordvej 6
4300 Holbæk

Forord

Hæftet er et af ni, der er udarbejdet til undervisning på VUC på niveauerne F+E+D og dette indeholder *kernestoffet*, som det er beskrevet om geometri i undervisnings-vejledningen om trin F.

Dette er en *beta-udgave*, der er udarbejdet med baggrund i den vejledningen om undervisning på VUC, der udkom i 2009. I forhold til de faglige krav, der viser sig at blive stillet ved de fremtidige skriftlige prøver efter trin D kan der være fag-indhold, der mangler og der kan være fag-indhold, der senere viser sig ikke er være relevant.

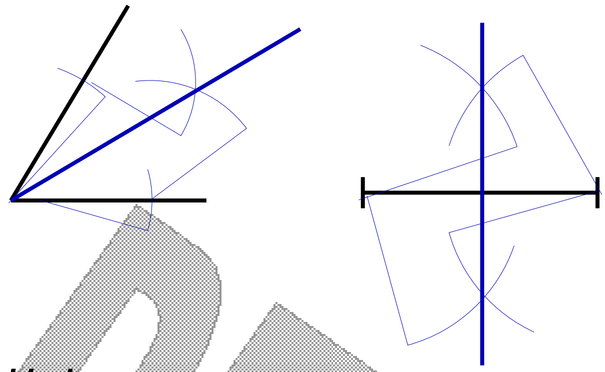
Siderne er opbygget således, at først vises med eksempler og derefter er der opgaver man skal løse. Man behøver ikke løse alle opgaverne. Hvis man har forstået eksemplerne og man kan se at man uden problemer kan løse opgaverne, kan de springes over.

En del af opgaverne er bearbejde eksamensopgaver fra HF fra årene 1997 - 2006. Dette er gjort for at man kan stifte bekendtskab med sprogbrugen og dermed lette overgangen til det gymnasiale niveau C.

På side 28 er en facitliste. Der kan man se forslag til løsning på de opgaver, hvor der foretages beregninger eller målinger.

Halveringslinier

Eksempel 1:
Du skal halvere vinklen ved at konstruere dens vinkelhalveringslinie og du skal halvere liniestykket ved at konstruere dets midtnormal.
Du må ikke bruge vinkelmåler eller lineal



Forklaring:
Vinkelhalveringslinien er lavet sådan:
- indstil passeren til en tilfældig radius og tegn to små cirkelbuer, der har vinkelspidsen som centrum og som skærer vinkelbenene.
- flyt passeren til buernes skæringspunkter med vinkelbenene og tegn én bue fra hvert sted sådan at de skærer hinanden i vinkelrummet.
- vinkelhalveringslinien kan nu tegnes fra vinkelspidsen gennem krydset.

Midtnormalen er lavet sådan:
- indstil passeren på en tilfældig radius og tegn med centrum i hvert af liniestykkets endepunkter en cirkelbue på hver sin side af liniestykket. Derved laves to krydser.
- midtnormalen kan nu tegnes gennem de to krydser

Man konstruerer vinkelhalveringslinier og midtnormaler når man har brug for større præcision end den man kan opnå med vinkelmåler og lineal. Og så kan metoden også bruges i stor målestok hvor man som passer kan bruge en snor, der holdes fast i den ene ende.

1 Tegn en vinkel på 75°.

- Konstruer vinklens vinkelhalveringslinie.

2 Tegn et liniestykke på 6 cm.

- Konstruer liniestykkets midtnormal.

3 Tegn et kvadrat med sidelængden 5 cm.

- Konstruer vinkelhalveringslinier til de fire vinkler.

4 Tegn et rektangel med sidelængderne 3 cm og 6 cm.

- Konstruer de fire siders midtnormaler.

5 Tegn en rombe, hvor en af vinklerne er 65° og sidelængden er 4 cm.

- Konstruer vinkelhalveringslinier til de fire vinkler.

6 Tegn et parallelogram med en grundlinie på 6 cm, en højde på 4 cm og en vinkel ved grundlinien på 120°.

- Konstruer de fire siders midtnormaler.

7 Tegn en lige benet trekant, hvor benene er 4 cm og topvinklen er 40°.

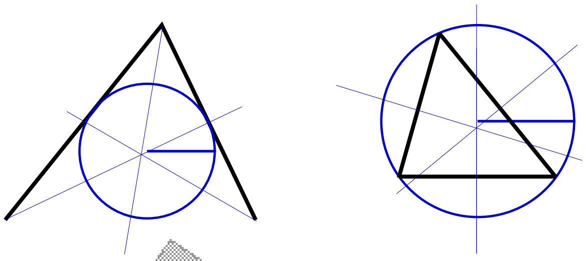
- Konstruer topvinklens vinkelhalveringslinie.

8 Tegn en ligesidet trekant, hvor sidelængden er 5 cm.

- Konstruer de tre midtnormaler.

Indskreven og omskreven cirkel

Eksempel:
Du skal lave en cirkel, der ligger inden i en trekant og rør ved dens tre sider. Du skal også lave en cirkel, der går igennem en trekants tre vinkelspidser.



Forklaring:
En trekants tre vinkelhalveringslinier skær hinanden i ét punkt. Dette er centrum for en cirkel, der rør ved trekantens sider. Den kaldes for den indskrevne cirkel.

En trekants tre midtnormaler skær også hinanden i det samme punkt.Dette er centrum for en cirkel, der går i gennem vinkelspidserne. Den kaldes for den omskrevne cirkel.

1 Tegn en trekant hvor:
en af vinklerne er 50° og de to sider, der danner denne vinkel er 4 cm og 5 cm.

- Konstruer trekantens omskrevne cirkel.

2 Tegn en trekant hvor:
en af vinklerne er 70° og de to sider, der danner denne vinkel er 6 cm og 7 cm.

- Konstruer trekantens indskrevne cirkel.

3 Tegn en trekant hvor:
en af vinklerne er 120° og de to sider, der danner denne vinkel er 5 cm og 4 cm.

- Konstruer trekantens omskrevne cirkel.

4 Tegn en trekant hvor:
en af vinklerne er 110° og de to sider, der danner denne vinkel er 6 cm og 7 cm.

- Konstruer trekantens indskrevne cirkel.

5 Tegn et kvadrat, hvor sidelængden er 5 cm.

- Undersøg om man kan konstruere en indskreven og en omskreven cirkel til et kvadrat (Facit på side 23).

6 Tegn et rektangel, hvor sidelængden er 4 cm og 6 cm.

- Undersøg om man kan konstruere en omskreven og en indskreven cirkel til et rektangel (Facit på side 23).

7 Tegn en rombe, hvor en af vinklerne er 60° og sidelængden er 6 cm (Facit på side 22).

- Undersøg om man kan konstruere en indskreven og en omskreven cirkel til en rombe.

8 Tegn et parallelogram, hvor sidelængderne er 6 cm og 8 cm og en af vinklerne er 60°.

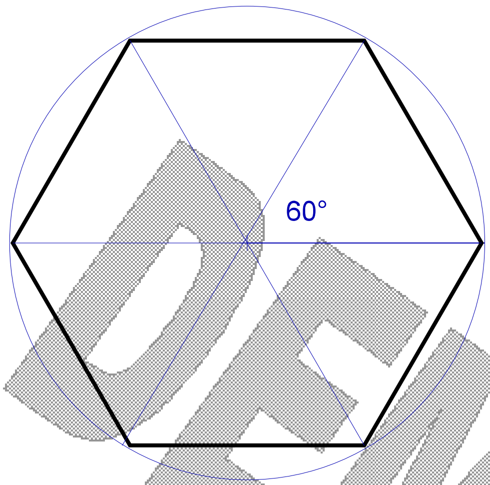
- Undersøg om man kan konstruere en indskreven og en omskreven cirkel til et parallelogram (Facit på side 23).

Regulær polygon

Eksempel:

Du vil tegne grundplanen for et sekskantet lysthus. De seks sider skal være lige lange. Diagonalerne mellem vinkelspidser, der ligger modsat hinanden skal være 6 m.

Diagonalernes topvinkler: 360° : 6 = 60°



Forklaring:

En figur, hvor alle sider er lige lange kaldes for en regulær polygon.
En diagonal er en linie, der forbinder to vinkelspidser.
Regulære polygoner kan opdeles i et antal ens trekanter hvor grundlinierne er siderne i polygonen.

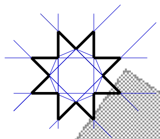
Når man skal tegne en regulær polygon kan man derfor gøre sådan:

- tegn en cirkel med den ønskede størrelse.
- del cirklens gradmål - 360° - med antallet af sider i polygonen (ved en seks-kant bliver det 60°)
- tegn linier fra centrum og ud til cirkelbuen der danner vinkler med dette gradtal.
- forbind liniernes skæringspunkter med cirkelbuen med hinanden og polygonen er tegnet.

1 Du vil lave en fliseplads til et tørrestativ.
Pladsen skal være formet som en regulær femkant med en afstand fra midten til hver spids på 1,5 m.

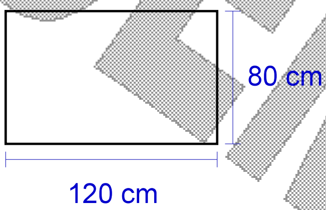
- Lav en tegning af tørrepladsen hvor 1 cm på tegningen svarer til 10 cm i virkeligheden.
- Hvad bliver femkantens sidelængde?

2 Du vil lave en roset som vist med en skitse her.
Den er tegnet ud fra en regulær ottekant og en regulær firkant.



- Tegn en roset som den viste ud fra en cirkel med radius på 8 cm.

3 Du har en gammel bordplade med mål som vist herunder:

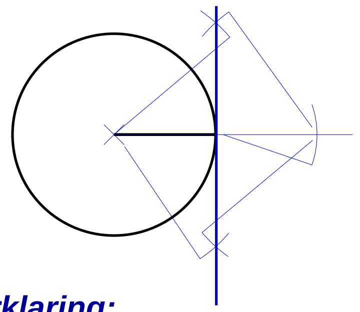


Du vil bruge den til at lave et sekskantet bord, hvor de seks sider skal være lige lange. Du går sådan:

- Lav en tegning af bordpladen.
- Find bordpladens midte ved at tegne sidernes midtnormaler.
- Tegn en ligebenet trekant med bordets midte som topvinkel. Topvinklen skal være 360° : 6. Trekantens grundlinie skal ligge på bordpladens grundlinie.
- Tegn en cirkel med bordets midte som centrum og som går igennem de to vinkelspidser ved trekantens grundlinie.
- Brug cirklen til at tegne sekskanten færdig.

Linier og cirkler

Eksempel 1:
Du skal tegne en linie der netop rør en cirkel.



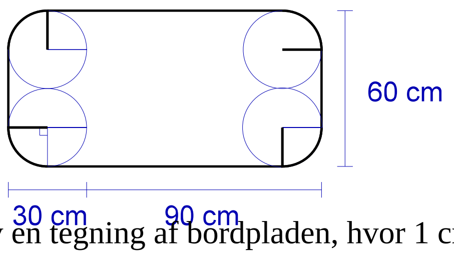
Forklaring:
En linie der netop rør en cirkel kaldes en tangent.

Man kan konstruere den sådan:
- tegn en linie fra centrum og ud igennem det punkt som tangenten skal røre cirklen i.
- sæt passeren i punktet og afmærk det sted på linien der ligger lige så langt væk fra centrum.
- tangenten er midtnormalen til dette liniestykke.

1 Du skal tegne en sekskant, der er omskrevet en cirkel der har radius på 5 cm. Du gør sådan:

- Tegn seks tangenter til cirklen. Tangenternes røringspunkter med cirklen skal ligge forskudt med 60° i forhold til hinanden.

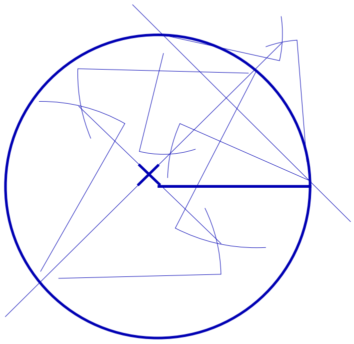
2 Tegningen herunder er en skitse af en bordplade.



- Lav en tegning af bordpladen, hvor 1 cm svarer til 10 cm i virkeligheden.

Eksempel 2:

Du har en tegning af en cirkel. Du skal finde centrum.



Forklaring:

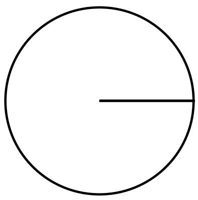
Når man skal finde centrum i en cirkel kan man gøre sådan:

- tegn en linie der skær cirkelbuen i to punkter (den kaldes en sekant). Derved får man et liniestykke, der rækker mellem to steder på cirkelbuen (det kaldes en korde).
- konstruer kordens midtnormal. Dermed opstår en ny korde. Midt på denne ligger centrum.

1 Brug et glas eller et krus til at tegne en cirkel.

- Find cirklens centrum.

2 Du har en lille rund plads, hvor der på midten skal stå en flagstang.



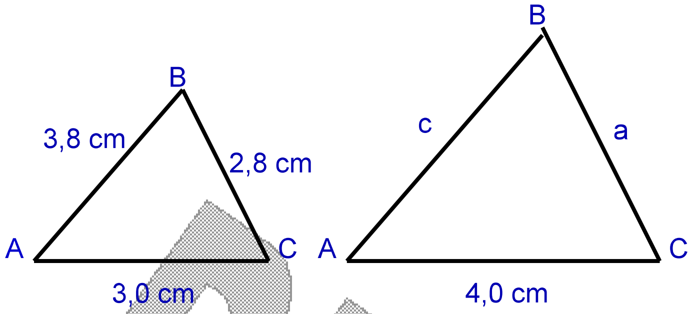
Du skal finde pladsens centrum og har en snor til rådighed.

- Hvordan vil du gøre?

Ligedannethed

Eksempel 1:

Du har to trekanter der har ens vinkler, men hvor siderne har forskellig længde. Du kender sidelængderne i den ene trekant men kun én sidelængde i den anden. Du vil finde de to andre sidelængder.



Forholdet mellem længderne:		=	3 : 4
Siden c:	$3{,}8 : 3 \cdot 4$	=	5,1 cm
Siden a:	$2{,}8 : 3 \cdot 4$	=	3,7 cm

Forklaring:

Når to figurer har vinkler med samme størrelse kalder man dem for ligedannede (har samme facon). Der vil så være et bestemt forhold mellem deres længdemål.

Forholdet kan skrives som forholdstal fx 3 : 4 (læses som: "tre til fire") og forholdstallene kan bruges til at finde mål man ikke kender.

Læg i øvrigt mærke til hvordan vinkelspidserne og siderne er navngivet i eksemplet:
Vinkelspidserne har store bogstaver som navn og siderne overfor det tilsvarende lille bogstav.
Det er den almindelige måde at navngive vinkelspidser og sider i figurer.

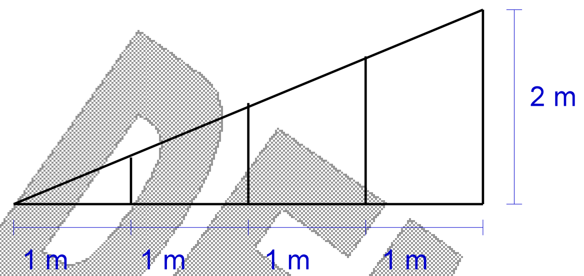
1 Tegn en trekant hvor:
Vinkel A = 60°, siden b = 3 cm og c = 5 cm

- Tegn en anden trekant der er ligedannet med den første og hvor siden b = 4,5 cm.

2 Du vil lave et havebord af brædder.
Bordet skal være otte-kantet og de otte sider skal være 50 cm.
Du gør sådan:

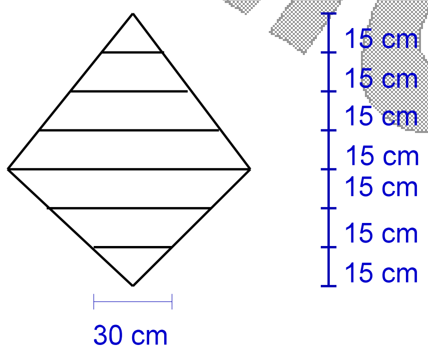
- Tegn en regulær ottekant i en cirkel med radius 4 cm.
- Mål sidelængden i ottekanten (Facit på side 23).
- Hvor mange gange større skal dit bord være i forhold til tegningen (Facit på side 23)?
- Hvor stor skal radius være til dit bord (Facit på side 23)?

3 Tegningen herunder er en skitse af et træskelet, der skal bruges til at bære gavlen i et hus.



- Find længden på de tre lodrette trælister (Facit på side 23).

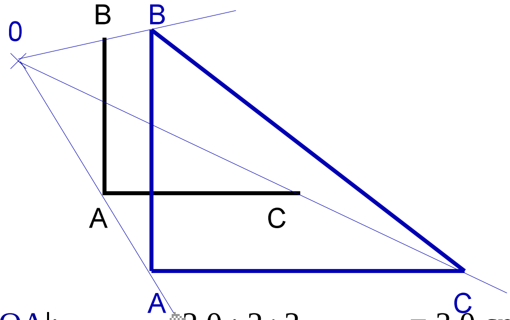
4 Du vil lave et træstativ til en klatrerose.
Stativet skal have den facon du ser herunder.



- Lav en tegning af stativet og find længden af de 9 lister, der skal bruges (Facit på side 23).

Eksempel 2:

Du skal konstruere en trekant, der er ligedannet med den sorte trekant. Forholdet mellem den sorte trekant og den nye skal være som 2 : 3.



|OA|:	$2{,}0 : 2 \cdot 3$	= 3,0 cm
|OB|:	$1{,}1 : 2 \cdot 3$	= 1,7 cm
|OC|:	$4{,}0 : 2 \cdot 3$	= 6,0 cm

Forklaring:

Den blå trekant er konstrueret sådan:
- punktet O afsættes i passende afstand fra den sorte trekant.
- fra punktet O trækkes linier gennem den sorte trekants vinkelspidser.
- afstanden fra punktet O til hver af vinkelspidserne måles og afstanden til de nye vinkelspidser udregnes ved hjælp af forholdstallene for størrelsesforholdet mellem den oprindelige trekant og den nye.
- den nye trekants vinkelspidser afsættes på hjælpelinierne og vinkelspidserne forbindes.

Metoden kaldes for multiplikation af figuren.

Udtrykket: |OA| er en kort skriveform for ordene: Størrelsen af liniestykket fra O til A.

1 Tegn en trekant hvor:
Vinkel A = 60°, vinkel C = 80° og siden b = 5 cm.

- Afsæt et punkt O og fremstil ud fra dette en ny trekant, der er ligedannet med den første i forholdet 1 : 2.

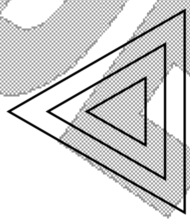
2 Tegn en trekant hvor:
Vinkel A = 80°, vinkel B = 40° og siden c = 6 cm.

- Afsæt et punkt inde i trekanten og brug dette til at lave en ny trekant, der er ligedannet med den første i forholdet 2 : 3.
- Hvordan ligger den nye trekant placeret i forhold til den første (Facit på side 22)?

3 Tegn en ligesidet trekant hvor sidelinien er 4 cm.

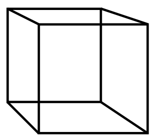
- Brug de tre vinkelspidser til at lave tre nye trekanter, der er ligedannet med den første i forholdet 2 : 3.
- Forestil dig at du klipper den nye figur ud og folder langs den oprindelige trekants sider.
  Hvilken figur danner det (Facit på side 22)?

4 Se mønsteret herunder.

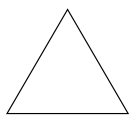


- Hvordan ville du lave det (Facit på side 22)?

5 Se perspektiv tegningen herunder.



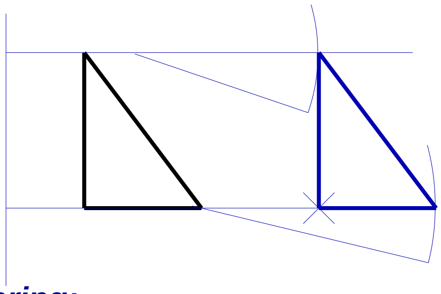
- Hvordan kan den være lavet (Facit på side 22)?
- Lav selv en perspektiv tegning af en trekantet kasse.
  Brug figuren her som udgangspunkt:



Parallelforskydning og drejning

Eksempel 1:

Du skal flytte den sorte trekant 3 cm mod højre



Forklaring:

Man kan flytte en figur sådan:

- tegn en linie på den modsatte side af den retning figuren skal flyttes i og i en passende afstand fra figuren.
- træk hjælpelinier vinkelret gennem figurens vinkelspidser.
- afsæt den nye figurs vinkelspidser i den angivne afstand på disse hjælpelinier og forbind disse.

En flytning, der er lavet på denne måde kaldes en parallelforskydning fordi siderne i den nye figur ligger parallelt med siderne i den oprindelige figur.

Ved parallelforskydning ændrer figuren ikke facon og størrelse. Man siger at de to figurer er kongruente (ens).

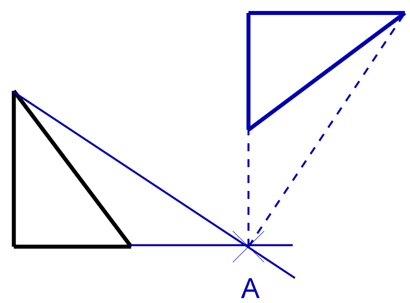
1 Tegn en trekant hvor:
Vinkel A er 70°, vinkel B er 40° og siden c er 6 cm.

- Parallelforskyd trekanten 5 cm mod højre.

2 Tegn en ligebenet trekant med ben, der er 4 cm og en topvinkel, der er 70°.
Tegn en linie der er parallel med et af benene.

- Parallelforskyd trekanten 3 cm i forhold til linien.

Eksempel 2:
Du skal dreje den sorte trekant 90° mod højre omkring punktet A.



Forklaring:
Man kan dreje en figur omkring et punkt sådan:
- tegn linier fra figurens vinkelspidser gennem punktet.
- tegn nye hjælpelinier (de stiplede), der danner den angivne vinkel med de første linier.
- afsæt den nye figurs vinkelspidser på de nye hjælpelinier i samme afstand som de oprindelige vinkelspidser lå i.
- tegn den nye figur.

Også ved en drejning ændrer figuren hverken facon eller størrelse og de to figurer er kongruente.

1 Tegn en trekant hvor:
Vinkel A er 50°, vinkel B er 70° og siden c er 6 cm.
Afmærk et punkt i forlængelse af siden c og i en afstand på 3 cm fra B.

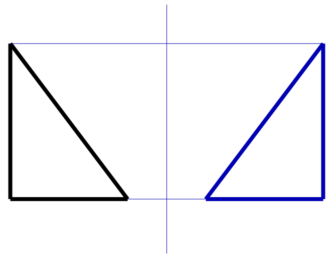
- Drej trekanten 120° mod højre omkring punktet.

2 Tegn en rombe med sidelængden 4 cm og hvor en af vinklerne er 60°.
Find det punkt hvor diagonalerne skærer hinanden.

- Drej romben 90° mod venstre omkring punktet.

Spejling

Eksempel 1:
Du skal spejle den sorte trekant i den blå linie.



Forklaring:
Man kan spejle en figur i en linie sådan:
- tegn hjælpelinier fra figurens vinkelspidser vinkelret på den linie, der skal spejles i.
- afsæt den nye figurs vinkelspidser på hjælpelinierne i samme afstand fra linien som de oprindelige vinkelspidser.
- tegn den nye figur.

Man kalder den linie der spejles i for spejlingsaksen.
De to figurer er ikke kongruente men symmetriske.

1 Tegn en trekant hvor:
Vinkel A er 40°, vinkel B er 80° og siden c er 4 cm.

- Tegn en linie parallel med siden c, 5 cm væk fra den og spejl trekanten i denne linie.

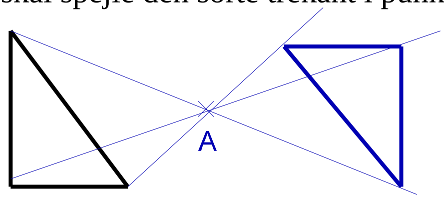
2 Tegn et parallelogram hvor de parallelle sider er 4 cm og 6 cm og en af vinklerne er 70°.

- Spejl parallelogrammet i en af de sider, der er 4 cm.

3 Tegn en retvinklet trekant, hvor de to sider, der danner den rette vinkel er 3 cm og 5 cm.

- Spejl trekanten i den side der er 5 cm.

Eksempel 2:
Du skal spejle den sorte trekant i punktet A.



Forklaring:
Man kan spejler en figur i et punkt sådan:
- tegn hjælpelinier fra figurens vinkelspidser og igennem punktet.
- afsæt den nye figurs vinkelspidser i samme afstand fra punktet som de oprindelige ligger.
- tegn den nye figur.

1 Tegn en trekant hvor:
Vinkel A er 120°, vinkel B er 40° og siden c er 6 cm.

- Afsæt et punkt der ligger 5 cm fra A og 5 cm fra B og spejl trekanten i dette punkt.

2 Tegn en retvinklet trekant hvor de to sider der danner den rette vinkel er 5 cm og 6 cm.

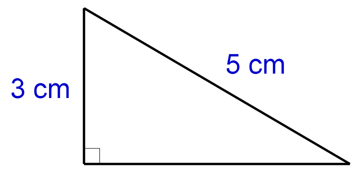
- Spejl trekanten i den vinkelspids der er ret.

3 Tegn en rombe, hvor sidelinien er 4 cm og en af vinklerne er 120°.

- Spejl romben i en af dens spidse vinkler.

Phytagoras sætning

Eksempel 1:
Du skal konstruere trekanten herunder.



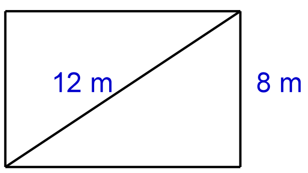
For at kunne konstruere den er du nødt til at finde længden af den vandrette katete.
Du bruger Phytagoras sætning: $c^2 = a^2 + b^2$

$$
\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2\\
5^2 &= 3^2 + b^2\\
25 &= 9 + b^2\\
25 - 9 &= b^2\\
16 &= b^2\\
\sqrt{16} &= b\\
4 &= b
\end{aligned}
$$

Den vandrette katete skal altså være 4 cm.

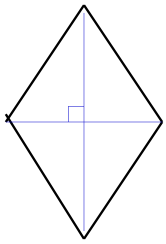
Forklaring:
Phytagoras sætning fortæller om sammenhængen mellem de tre sider i en retvinklet trekant.
Sætningen bruges i to situationer:
- til at finde den sidste side i en retvinklet trekant når man kender de to andre.
- til at bevise om en trekant er retvinklet.

1 Se rektanglet på skitsen herunder:



- Hvor lange skal de vandrette sider være?

2 Se skitsen af en rombe herunder.



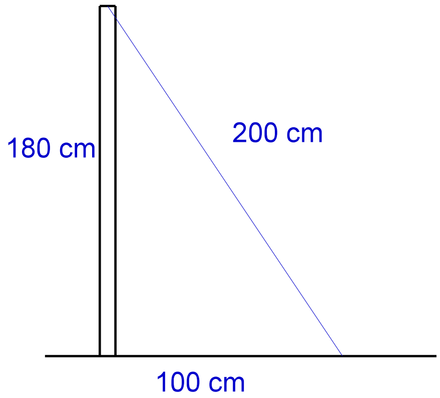
Sammenhængen mellem længden af diagonalerne og rombens sidelængde kan beskrives ved hjælp af Phytagoras sætning.
Romber konstrueres nemmest, hvis man kender længden af de to diagonaler så man kan starte med at tegne disse.

- En rombe skal have sidelængden 5 cm og den lodrette diagonal skal være 8 cm. Find længden på den vandrette diagonal (Facit side 23) og tegn romben.

3 En skorsten er formet som et rør, der spidser til.
Skorstenens højde skal være 150 m høj og tværmålet i bunden skal være 25 m og i toppen 6 m.

- Tegn en skitse af et tværsnit af skorstenen.
- Find længden af den skrå sidelinie (Facit side 23).

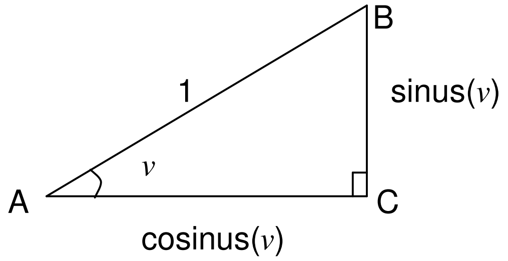
4 Du har rejst en stolpe og vil kontrollere om den står lodret ved hjælp af et målebånd:



- Til hvilken side skal stolpens top trækkes (Facit side 23)?

Cosinus, sinus og tangens

Cosinus, sinus og tangens er tre funktioner, der er lavet for at kunne beregne sider og vinkler i trekanter. Cosinus og sinus kan vises på en trekant som den herunder.

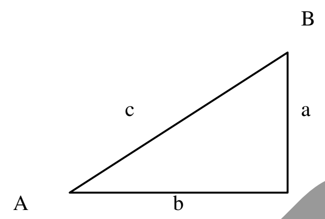


Trekanten er retvinklet, har en vinkel A, der måler v° og en hypotenuse med længden 1. Cosinus(v) er længden af den katete, der ligger ved vinklen (co- betyder .sammen med .) og Sinus(v) er den modstående katete.

Med en lommeregner kan man beregne de to kateters længde når v f.eks. er 30º. Lommeregneren skal have taster med betegnelsen cos og sin.

Kateten AC: cos(30º) = 0,86603
Kateten CB: sin(30º) = 0,50000

Da alle retvinklede trekanter med en vinkel v er ensvin... ...inus og sinus bruges på alle retvinklede trekanter også trekanter der ikke har ...ypote...e på 1. Formlerne herunder kan bruges. I den nederste formel er e... ...ktio... ...r er ...edt af cosinus og sinus. Den hedder tangens og findes også på lom... ...re.



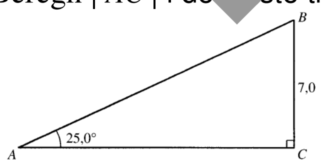
sin A = ... c

c... A ... b

... b

På side 30 er en mere ...dig for... ...ng ...l funktionerne cosinus, sinus og tangens samt formlerne herover.

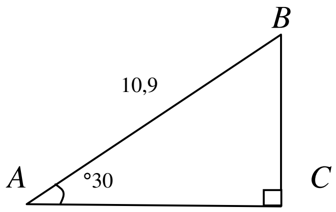
Eksempel Beregn | AC | i de... ...ste trekant.



Løsning

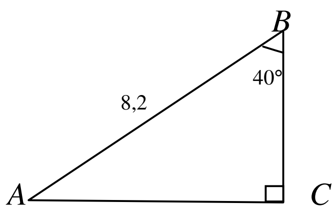
tan A	=	$\frac{a}{b}$
tan(25,0º)	=	$\frac{7,0}{b}$
b · tan(25,0º)	=	7,0
b · 0,46631	=	7,0
b	=	7,0 : 0,46631 = <u>15,0</u>

1. I trekant ABC er vinkel $C = 90°$ og vinkel A er $30°$ $|AB| = 10{,}9$.



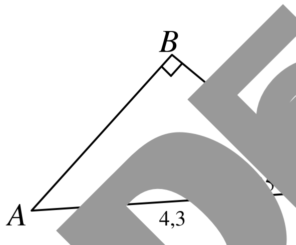
- Beregn $|AC|$ og $|BC|$

2. I trekant ABC er vinkel C = 90° og vinkel B = 40° og $|AB| = 8{,}2$



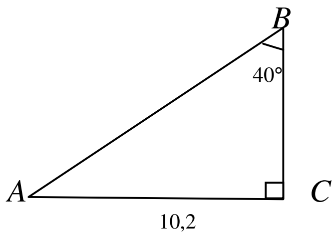
- Beregn $|BC|$ og $|AC|$

3. I trekant ABC er vinke[illegible] C = 35° og $|AC| = 4{,}3$



- Beregn [illegible]

4. I trekant ABC er vinkel C = 90° og vinkel B = 40° og $|AC| = 10{,}2$

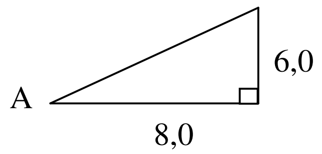


- Beregn $|BC|$ og $|AB|$

Beregning af vinkler

Formlerne på side 8 kan også bruges til at beregne vinklerne i en retvinklet trekant, hvis man kender sidernes længde.

Eksempel Beregn vinkel A i trekanten herunder.

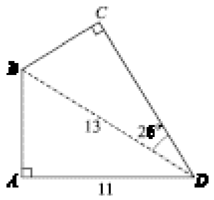


Løsning $\tan(A) = \frac{6,0}{8,0} = 0,75$

Lommeregneren har en tast med den modsatte funktion af tan.
Denne kan bruges til at finde den vinkel, der har tangens 0,75
$\tan^{-1}(\tan(A)) = \tan^{-1}(0,75)$
$A = 36,9^{\circ}$

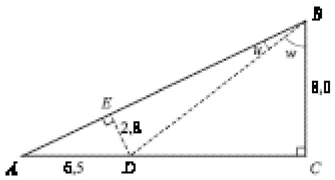
I opgaverne på de følgende sider skal alle de gennemgåede regnemetoder anvendes.

1. Figuren viser en firkant ABCD, hvor diagonalen BD er indtegnet. Nogle af målene er anført på figuren.



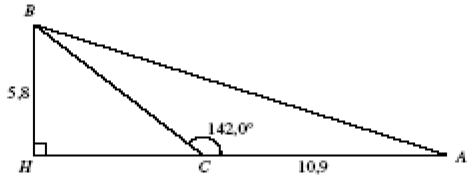
- Beregn vinkel D i trekanten ABD.
- Beregn de resterende vinkler i firkant ABCD.

2. Figuren viser en trekant ABC, hvor vinkel C er ret. Punktet D ligger på siden AC, og punktet E ligger på siden AB, således at vinkel E er ret. |AD| = 6,5, |ED| = 2,8 og |BC| = 8,0



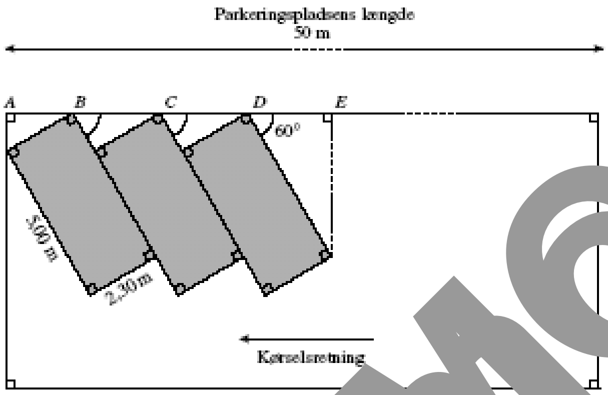
- Beregn vinkel A
- Beregn │AC│.
- Beregn hver af vinklerne w og u.

3. I trekant ABC er vinkel $C = 142{,}0°$ og $|AC| = 10{,}9$. Det oplyses desuden, at længden af højden BH er 5,8 .



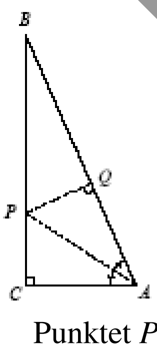
- Bestem $|BC|$ og $|CH|$.
- Bestem $|AB|$ samt vinklerne A og B i trekant ABC .

4. Figuren viser en skitse af en parkeringsplads, hvor parkeringsbåsene er placeret, så de danner en vinkel på 60° med kørselsretningen. Hver parkeringsbås er rektangulær og har en bredde på 2,30 m og en længde på 5,00 m .



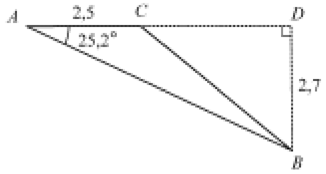
- Beregn $|DE|$, $|AB|$ og $|BC|$.
- Hvor mange parkeringsbåse er der plads til på en 50 m lang parkeringsplads, når båsene placeres som vist på figuren?

5. Figuren viser en trekant ABC, hvor vinkel C er ret, $|AC| = 10{,}0$ og $|AB| = 25{,}1$.
- Beregn $|BC|$.
- Beregn vinkel A i trekant ABC .



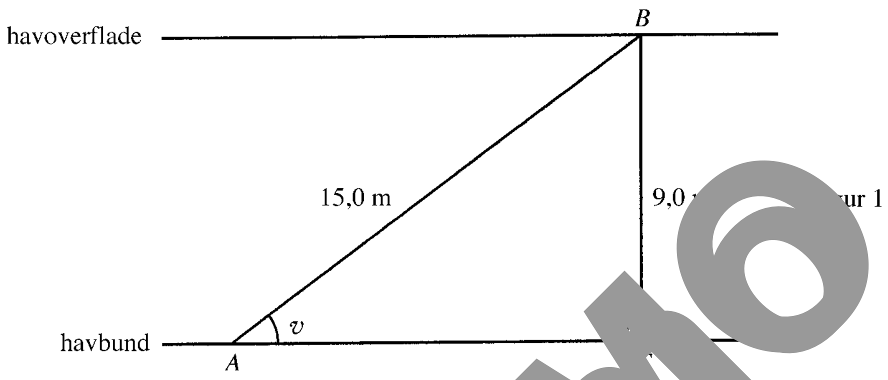
Punktet P ligger på siden BC, og linjestykket AP halverer vinkel A .
Punktet Q ligger på siden AB, og linjestykket PQ står vinkelret på siden AB .
- Beregn $|PA|$ og $|PQ|$.

6. Figuren viser en trekant ABC , hvor $|AC| = 2{,}5$ og $|A = 25{,}2°$. Det oplyses desuden, at længden af højden BD er 2,7 .



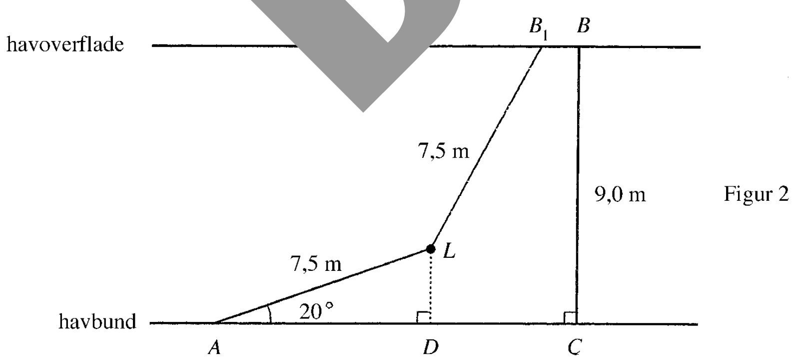
- Bestem $|AB|$ og $|AD|$.
- Bestem de resterende sider og vinkler i trekant ABC .

7. En sejlbåd ligger for anker i positionen B på 9,0 meter dybt vand. Ankeret er i positionen A, og ankertovet AB har længden 15,0 meter. Se figur 1.



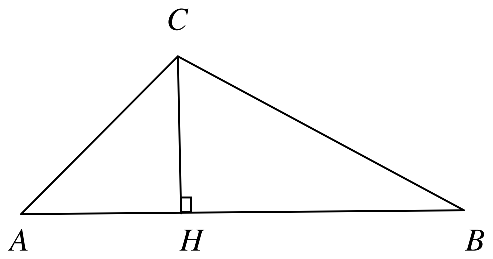
- Beregn $|AC|$ samt den vinkel v, som ankertovet danner med havbunden.

For at forhindre at ankeret fl[illegible] er [illegible]fale[illegible]et, at den vinkel, som ankertovet danner med havbunden, er høj[illegible] [illegible] er a[illegible]inges derfor et blylod i ankertovets midtpunkt L, således at [illegible]. Sejlbåden flytter sig herved fra positionen B til [illegible]tionen [illegible] Se [illegible]ur 2.



- Beregn $|AD|$
- Beregn $|LD|$

8.

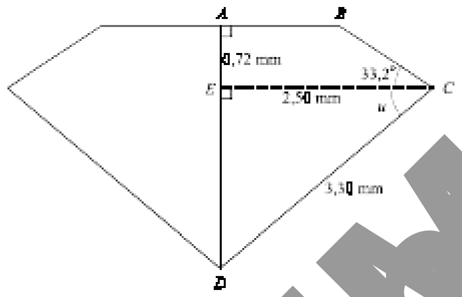


Arealet af trekant ABC er 2205, længden af siden AC er 58 og længden af højden fra C er 42.

- Beregn Vinkel A og $|AB|$
- Beregn $|AH|$ og $|BC|$

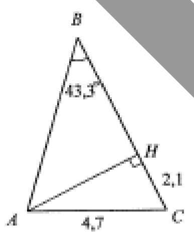
9.

Figuren viser et tværsnit af en diamant, som den skal slibes, for at lyset brydes og reflekteres på den rigtige måde. Forskellige mål fremgår af figuren.



- Beregn vinklen u og længden af ED.
- Beregn længden af [illegible] og længden af AB .

10.



Figuren viser en trekant ABC; hvor AH er højden fra A på siden BC.
Det oplyses at vinkel B = 43,3°, $|AC|$ = 4,7 og $|CH|$ = 2,1

- Beregn $|AH|$
- Beregn $|AB|$ .og $|BH|$.

Facit

Tegninger er udeladt.

I opgaver hvor løsningen findes ved måling på en tegning vil der altid være en usikkerhed om det nøjagtige mål. Man kan derfor godt have mål, der afviger lidt fra de der står i facitlisten uden at det er forkert. Facit er afrundet, så de svarer til den afrunding oplysningerne i opgaverne har.

Side 7

5. Det kan man.

6. Det kan man ikke.

7. Indskreven cirkel: Ja.
   Omskreven cirkel: Nej.

8. Det kan man ikke.

Side 9

1. 15 cm.

Side 11

2. Brug først snoren som lineal til at tegne en sekant til cirklen. Brug den derefter som passer til at finde sekantens midtnormal, der er en korde i cirklen. Brug til sidst snoren som passer til at finde kordens midtpunkt.

Side 13

2. 3 cm
   16,7 gange.
   67 cm

3. 0,5 m, 1,0 m og 1,5 m.

4. 30 cm, 60 cm og 90 cm.

Side 15

2. Den nye trekant ligger udenom den oprindelige.

3. En lille kasse med trekantet bund

4. Man har multipliceret den lille trekant med tallene 2 og 3 ud fra et punkt liggende midt i trekanten.

5. Man har multipliceret det kvadrat den danner bagsiden ud fra et punkt, der ligger op til venstre for kvadratet.

Side 23
1. 9,4 og 5,2

2. 6,3 og 5,3

3. 3,7 og 2,5
4. 12,2 og 15,9

Side 24
1. 32°
   AB = 6,9 CD = 11,8   BC = 5,5
   70,4

2. 25,5°
   16,8
   56° og 8,6°

Side 25
3. 9,4 og 7,4
   19,2 17,6° 20,4°

4. 2,5 m 2,0 m 2,7 m
   16

5. 23,0
   66,5°
   12,0 og 6,6
   82,8

Side 26
6. 6,3 og 5,7
   vinkel [illegible] = 25,6° CB = 3,5

7. 12 m [illegible]
   7,0 m
   2,7 m

Side 27
8. 46°   105
   40   77

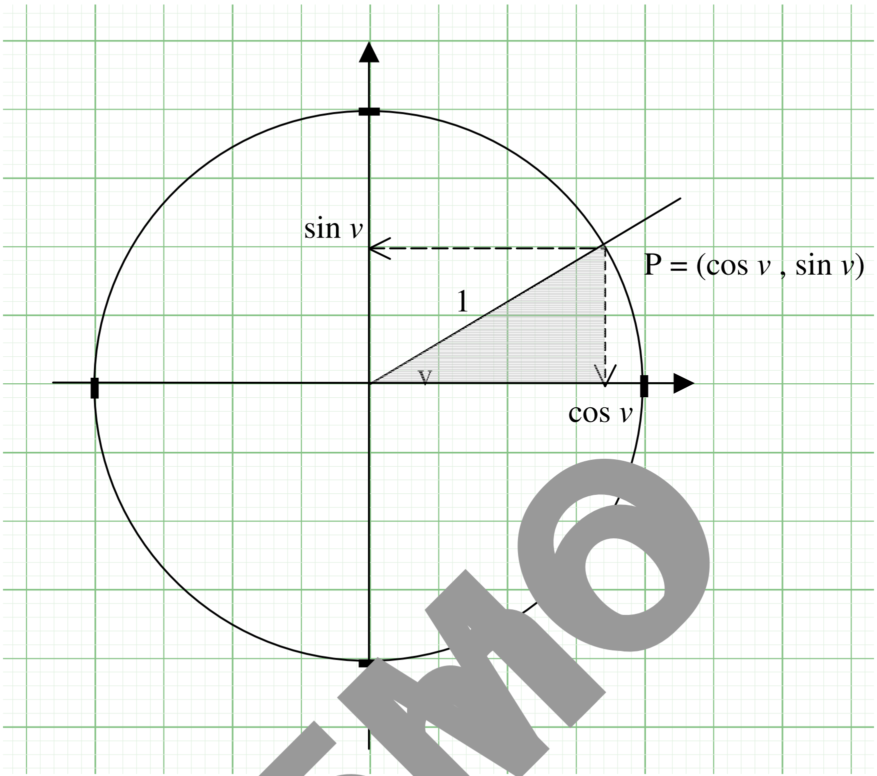
9. 49,3° og 191 mm
   1,31 mm 1,41 mm

10. 4,2
    6,1 og 4,4
    13,7

Apendix

Enhedscirklen

Cosinus, sinus og tangens kan vises i et koordinatsystem, hvori der er tegnet en cirkel med radius 1:



Gennem (0,0) tegnes en ret linie, [illegible] v med 1. aksen.
Hvor denne linie skærer cirklen er [illegible] P.

Koordinatsættet til pun[illegible] P de[illegible] s[illegible] (cos v , sin v) svarende til at kateterne i den skraverede retvink[illegible]kant, [illegible] længderne cos v og sin v.

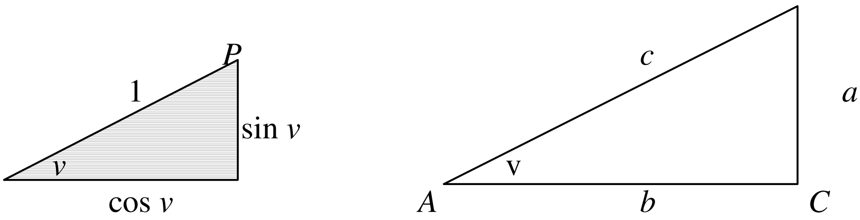
Af tegningen kan følgende s[illegible] sammenhængen mellem vinklen v, cos v og sin v:

v	**cos *v***	**sin *v***
0°	1	0
]0°; 90°[	går fra 1 til 0	går fra 0 til 1
90°	0	1
]90°; 180°[	går fra 0 til –1	går fra 1 til 0
180°	-1	0
]180°; 270°[	går fra –1 til 0	går fra o til –1
270°	0	-1
270° < v < 360°	går fra 0 til 1	går fra –1 til 0

I forbindelse med retvinklede trekanter er det kun intervallet]0° ; 90°[, der har interesse.

Formler for retvinklede trekanter

Ved sammenligning af en tilfældig retvinklet trekant tegnet i enhedscirklen og en tilfældig anden ligedannet trekant, kan man udlede formler for enhver retvinklet trekant:



Da trekanterne er ens-vinklede har vi:

$$\frac{\cos v}{b} = \frac{\sin v}{a} = \frac{1}{c}$$

Dette udtryk kan opdeles:

(1) $\frac{\cos v}{b} = \frac{1}{c}$

(2) $\frac{\sin v}{a} = \frac{1}{c}$

(3) $\frac{\sin v}{a} = \frac{\cos v}{b}$

(1) kan omdannes sådan:

$\frac{\cos v}{b} = \frac{1}{c} \qquad \Leftrightarrow$

$\cos v = \frac{b}{c}$

(2) kan omdannes sådan:

$\frac{\sin v}{a} = \frac{1}{c} \qquad \Leftrightarrow$

$\sin v = \frac{a}{c}$

(3) kan omdannes sådan:

$\frac{\sin v}{a} = \frac{\cos v}{b} \qquad \Leftrightarrow$

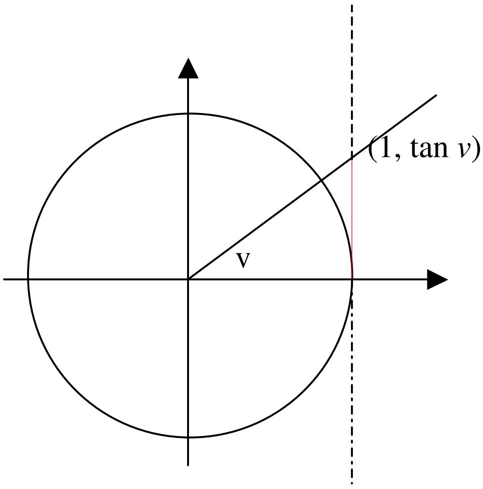
$\frac{\sin v}{\cos v} = \frac{a}{b}$

Udtrykket $\frac{\sin v}{\cos v}$ defineres som tangens v og dermed er

$\tan v = \frac{a}{b}$

Tangens og enhedscirklen

Årsagen til at forholdet mellem sinus og cosinus kaldes tangens kan findes i tegningen af enhedscirklen:



Det kan vises at:
når man tegner en tangent til cirklen gennem (1,0) da vil d[illegible]ere linien, der danner vinklen v i punktet (1, $\frac{\sin v}{\cos v}$) og som er definer[illegible] (1[illegible] v).
Det røde liniestykke på tegningen har længden ta[illegible]

Det kan af tegningen ses, at tangens går fra[illegible]ig, [illegible]r vinkel v går fra 0° til 90°

ISBN: 978-87-92488-16-9