matematik

grundbog

trin 2

preben bernitt

matematik

grundbog 2

Demo-udgave

bernitt-matematik.dk
mail@bernitt-matematik.dk
Fjordvej 6
4300 Holbæk

Indhold

Forord

Bogen er inddelt i 10 kapitler, der indledes med en kort præsentation af indholdet og nogle væsentlige fagudtryk og afsluttes med facit-ark til opgaverne. Bernitt-matematik.dk tager forbehold for fejl i facitarkene og modtager med tak forslag til rettelser.

Kapitlerne kan anvendes uafhængigt af hinanden. Det anbefales dog at man har kend skab til regnemetoderne i kapitel 1 – 3 før man går i gang med de øvrige kapitler.

I forbindelse med samtlige emner arbejdes indledningsvis med regnemetoder, der også indgår på Trin 1.

Bogen er opbygget med henblik på at opnå den størst mulige sikkerhed i anvendelse af regnemetoder. Opgavemængden er derfor gjort så stor som mulig og anvisning af regnemetoder gives ved kortfattede tekster og gennemregnede opgaveeksempler. Dette bør suppleres med anvendelse af metoderne på dagligdags situationer ved anvendelse af autentiske materialer indsamlet af kursister og lærer.

Opgaverne i denne bog er udvalgt med henblik på så sikkert og ukompliceret som muligt at indlære de pågældende regnemetoder. For nogle kursister og i nogle undervsningsmæssige sammenhænge vil opgavemængden være for stor, således at et vist udvalg vil være rimeligt.

Som hjælpemidler til arbejdet med denne bog anbefales:

- En lommeregner med minimum følgende funktioner: eksponentiel notation, x^y og $\sqrt[x]{y}$

- En opslagsbog med regneanvisninger som f.eks.:
  ”Slå det dog op!”, bernitt-matematik.dk

Denne opslagsbog indeholder i et simpelt sprog forklaringer og regneanvisninger på mere end 1500 opslagsord, blandt meget andet også alle de regnemetoder, der indlæres i denne bog. Bogen afsluttes med oversigter om måleenheder og en formel og tabelsamling vedr. areal, rumfang, rentesregning, trigometriske funktioner m.v.

1. Talbehandling

I dette kapitel arbejdes der med talsystemets opbygning og regning med tal herunder benævnte tal, positive og negative tal, potenstal, roduddragning, brøktal- og procent- og promilletal.

Hensigten med kapitlet er dels, at opnå en rimelig talfærdighed indenfor det almindeligt anvendte talområde samt, at opnå kendskab til væsentligste regneregler indenfor potensregning.

Endvidere præsenteres en række matematiske fagudtryk og symboler, der bruges i denne og andre bøger, der bruger matematik til beskrivelse af hverdags-spørgsmål.

Decimaltals opbygning

Vores talsystem kaldes ti-talssystemer, fordi der er ti forskellige tegn (cifre) til rådighed og fordi disse tegns værdi gøres ti gange større, for hver plads man rykker tegnet mod venstre i et tal.

3.	**2**	**4**	**0.**	**2**	**7**	**0.**	**0**	**2**	**1,**	**0**	**1**	**5**
Milliarder (Mia).			Millioner (Mio.)	Hundred tusinder	Ti tusinder	Tusinder	Hundrede	Tiere	Enere	Tiende-dele	Hundrede-dele	Tusinde-dele

Følgende udtryk anvendes til at beskrive tal:
Cifre: et tal siges at være 5 cifret, når der er 5 tal foran kommaet.
Decimaler: Et tal siges at have to decimaler, når der er to tal bag kommaet.

Flytter man kommaet i et tal gøres tallet større eller mindre. Flyttes kommaet f.eks.. to pladser mod højre, gøres tallet 100 gange større, og flyttes kommaet f.eks.. 2 pladser mod venstre gøres tallet 100 gange mindre.

Tal afrundes ofte til det antal decimaler, der er praktisk anvendeligt. F.eks.. afrundes krone-beløb som regel til 2 decimaler. Afrunding finder sted sådan, at den afrundede værdi ligger nærmest muligt den oprindelige værdi.

Eksempel: Afrund 23,717 og 0,013 og 0,125 til 2 decimaler

Løsning: 23,717 afrundes til 23,72
0,013 afrundes til 0,01
0,125 afrundes til 0,13

1. Hvorledes skal man flytte kommaet i et tal for at tallet bliver:

- 10 gange større
- 100 gange mindre
- 1000 gange større
- 1 mio. gange mindre

2. Gør 15,08 10 gange så stort
Gør 3, tusinde gange så stort.
Gør 1 mio. 1.000 gange mindre.

3. Hvor mange gange større er 1.500 end 15?
Hvor mange gange større er 2 end 0,0001?
Hvor mange gange mindre er 0,3 end 3.000?

4. Hvordan ændres et tals værdi når man:
- flytter kommaet 3 pladser mod højre
- flytter kommaet 2 pladser mod venstre

5. Afrund følgende tal til nærmeste hele tal:
4,8 60,08 80,5 45,48 0,01 99,6

6. Afrund følgende tal til 2 decimaler:
34,608 4,008 0,1205 0,104 2,999 3,445

7. Afrund følgende tal til nærmeste hele million:
34.000.000 45.606.900 600.000 350.000

8. Omskriv følgende tal til millioner med 1 decimal:
450.000 5.580.000 80.000 555.000

9. Afrund følgende tal til nærmeste hele antal tusind:
340.889 20.500 2.456 350,56 4.500

10. Stil følgende tal i rækkefølge med det mindste tal først:
30,08 0.308 3.008 3,80 8,003 3,080 3,800

11. Afrund følgende tal til 1 decimal:
24,749 0,154 1,18 3,406 1,995

Benævnte tal

Et tal kaldes et benævnt tal, hvis der efter tallet nævnes, hvad det er tallet angiver antallet af.
Skemaet herunder viser benævnelser, der anvendes i forbindelse med længdemål, vægtmål, indholdsmål og tidsmål. Skemaet er også optrykt på formel og symbol arket på side 222.

Kilo	Hekto	Deca	Enheden	Deci	Centi	Milli
(Tusind)	(Hundrede)	(Ti)	(Ener)	(Tiendedel)	(Hundrededel)	(Tusindedel)
1 km = 1.000 m 1 kg = 1.000 g	1 hl = 100 l		Meter Gram Liter	1 m = 10 dm 1 l = 10 dl	1 m = 100 cm 1 l = 100 cl	1 m = 1.000 mm 1 g = 1.000 mg 1 l = 1.000 ml

I øvrigt gælder at 1 ton = 1.000 kg, 1 time = 60 minutter og 1 min. = 60 sekunder.

Eksempel: Omsæt 35 dm til mm
Omsæt 3 kg 15 g til kg.
Omsæt 12 min. til timer

Løsning: Af skemaet ses at der skal ganges med 100 ved overgang fra dm til mm.
35 dm = <u>3.500 mm</u>

Af skemaet ses at der skal deles med 1000 ved overgang fra g til kg.
3 kg 15 g = 3 kg 0,015 kg = <u>3,015 kg</u>

1. Omsæt følgende til meter:

500 cm	45 cm	1.200 mm	5 km	2 cm
18 mm	5 dm	0,8 km	1250 cm	0,5 dm
1 m 10 cm	3 dm 4 cm	2 m 3dm	50 cm 5 mm	55 mm

2. Omsæt følgende til gram:

3 kg	500 mg	50 kg	250 mg	1,3 kg
5 kg	1050 mg	0,83 kg	500 kg	1,008 kg
1 kg 40 g	5 g 200 mg	5 mg	0,008 kg	5 kg 40 g

3. Omsæt følgende til liter:

8 hl	305 cl	45.000 ml	5 hl	500 ml
4 dl 5 cl	17,5 dl	3 dl 1 cl	105 ml	5 l 30 ml

4. Omsæt følgende til cm:

15 dm	45 m	55 mm	2 km	0,8 dm
1 m 10 cm	3 dm 4 cm	2 m 3 dm	50 cm 5 mm	1 km

5. Omsæt følgende til ton:

500 kg	4 ton 400 kg	215,5 kg	3 ton 50 kg	100 kg
40 kg	1 ton 5 kg	1.500 g	3 kg	1200 kg

6. Omsæt følgende til dl:

5 l	40 cl	400 ml	2 l 4 dl	20 cl
30 cl	4 dl 5 cl	20 ml	5 l 9 dl	500 l

7. Omsæt følgende til timer med 2 decimaler:

10 min.	1 min.	32 min.	18 min.
2 t 3 min.	10 t 15 min.	50 min.	20 min.

8. Omsæt følgende til minutter:

3 timer	1 døgn	180 sek.	4,5 timer

9. Find antallet af timer (facit med 2 decimaler), der er mellem følgende:

fra kl. 15^{10} til 17^{00}	fra 20^{15} til 6^{30} dagen efter

10. Omsæt følgende til sekunder:

3 min.	1 time	0,5 min.	0,05 time

11. Omsæt følgende til timer med 1 decimal:

0,5 min.	12 min.	15 min.	3 t. 25 min. 6 sek.

De fire regningsarter

De fire regningsarter kaldes addition (sammenlægning), subtraktion (fratrækning), multiplikation (gangning) 0g division (deling).
Følgende udtryk anvendes til beskrivelse af de tal, der indgår i et regnestykke:

Tal der adderes eller subtraheres kaldes led.
Facit på addition kaldes sum.
Facit på subtraktion kaldes differens.
Tal der multipliceres kaldes faktorer og facil kaldes produkt.
Tal der divideres kaldes dividend og divisor, og facit kaldes kvotient.

Eksempel: Find summen af 4,05 og 30,1
Find differencen mellem 10,3 og 6,8
Find produktet af 10,3 og 4,3
Find kvotienten af 3,8 og 0,04

Løsning:

4,05	10,3	10,3 · 4,3	3,8 : 0,04 = 380 : 4 = 95
+30,10	–6,8	309	36
34,15	3,5	4120	20
		4429	20
			0

Addition, subtraktion og multiplikation kan udføres med alle tal.
Division kan udføres med alle tal undtagen 0

1. Udregn:

3,4 · 4,2	8,3 – 0,98	120,5 + 5,68	12 : 0,6
45,5 : 5	8,02 · 2,4	4,08 : 0,03	4,80 · 15
3,4 – 1,75	4,55 : 0,008	1,4 · 0,06	1,2 – 0,085
99,98 + 14,45	4,8 + 145	2,5 – 2,495	109 + 0,85

2. Udregn følgende og angiv facit med 1 decimal:

47,04 · 8,43	26,1 : 15,4	47,06 + 31,75	80,44 – 45,8
52,11 · 0,30	3,08 – 2,99	45 : 11	4,3 · 11,9

Positive og negative tal

Ved hjælp af et fortegn kan man vise, om et tal angiver et overskud eller et underskud. Overskudstal (posotive tal) markeres med et plus, og underskudstal (negative tal) markeres med et minus. Ofte udelades plusset foran positive tal sådan at tal uden fortegn er positive.
Før at gøre tallene lettere at læse, sætter man ofte en rund parantes omkring tallet og dets fortegn. Denne parentes har ingen regnemæssig betydning.
Regneregler for regning med postitive og negative tal fremgår af følgende.

Eksempel: Addition:
(+2) + (+3) = + 5   (-2) + (-3) = - 5   (-3) + (+2) = - 1
Subtraktion:
(+4 – (+3) = + 1   (-4) – (-3) = - 1   (-4) – (+3) = - 7
Multiplikation og division:
Har to tal der ganges eller divideres samme fortegn, bliver facit positivt, har de forskelligt fortegn bliver facit negativt. F.eks. er (-2) · (-4) = + 8

1. Udregn:

40 – 55   8 – 15   3,04 – 8,95   3.564 – 4.390   4,8 – 5,65

2. Udregn:

-5 + 6   8 + (-5)   5 – (-8)   (-3) + (-9)   (+3) – (+4)
-8 – 10   (-4) – (-6)   (+2) + (-3)   5 – (-3)   3 + (-5)

3. Udregn:

-6 : 3   20 · (-5)   (-15) · (-2)   (-3) · 6   (-256) : (-8)
(-1) · (-1)   0 · (-6)   5 · (-17)   -2 · (-2)   (+6) · (+4)

4. Find det dobbelte af et underskud på 15.000 kr.
Læg et underskud på 4.000 kr. sammen med et underskud på 3.000 kr.
Find forskellen på et overskud på 4000 kr. og et underskud på 3.000 kr.

Sammensætning af regnearterne

Regnerækkefølge og parenteser

Hvis et regnestykke er sammensat af flere regningsarter anvendes følgende fremgangsmåde:

Først udregnes multiplikation og division, og derefter addition og subtraktion.
Ønsker man at angive en anden rækkefølge end denne, kan man sætte en rund parantes, der omslutter den del af tykket, der ønskes regnet først.

Eksempel: Udregn $4 \cdot 5 - 6 - 6 \cdot 10 : 5$ og $4 \cdot (5 - 6) - 6 \cdot 10 : 5$

Løsning: $4 \cdot 5 - 6 - 6 \cdot 10 : 5 = 20 - 6 - 12 = \underline{\underline{2}}$

$4 \cdot (5 - 6) - 6 \cdot 10 : 5 = 4 \cdot (-1) - 6 \cdot 10 : 5 = (-4) - 12 = \underline{\underline{(-16)}}$

1. Udregn:

$2 - 4 - 8 + 12 - 5$ $\quad$ $10 + 3\ 5 + 4 - 8$ $\quad$ $3 \cdot 4 - 5 : 5$

$3 \cdot 4 - 5 \cdot 6$ $\quad$ $-5 - 6 \cdot 3 - 6 + 6$ $\quad$ $-5 \cdot (-2) - 6$

$3{,}5 - 5{,}08 + 1{,}02 - 4{,}1$ $\quad$ $-1 - 1 - 1 - 1$ $\quad$ $8 \cdot 0 - 6 : 3$

2. Udregn:

$3 - (2 + 3)$ $\quad$ $5 \cdot (3 - 5) - (3 + 6)$ $\quad$ $(3 - 5) \cdot (4 - 8)$

$(6 - 8) : 2 - (4 - 5)$ $\quad$ $(3 - 6) \cdot (2 - 8) \cdot (10 - 4)$ $\quad$ $(8 - 6) : (2 - 4)$

3. Et gangetegn placeret foran en parentes udelades ofte. Ofte skriver man f.eks.. $2(3 - 5)$ og mener: $2 \cdot (3 - 5)$
Udregn:

$5(3 - 8) - 6$ $\quad$ $(2 - 6)(3 + 4)$ $\quad$ $(3 \cdot 5)(5 - 6)$

$4 + 3 - 5(6 - 8)$ $\quad$ $12 : (3 - 1) - 3(2 - 2)$ $\quad$ $(3 - 4)(5 - 6) : 5$

4. Udregn:

$-4 - (-2) \cdot (2 - 5)$ $\quad$ $5 - (3 - 8) \cdot (-3) - 4$ $\quad$ $(3 - 5 \cdot 6) \cdot 5$

$8 - (-2) : (-1)$ $\quad$ $(3 - 4)(3 - 4) + 1$ $\quad$ $(6 - 5) : 0$

Brøkstreger

En brøkstreg kan erstatte et divisionstegn. F.eks. betyder $\frac{10}{8}$ det samme som 10 : 8
Tallet over brøkstregen kaldes tælleren og tallet under brøkstregen nævneren.
Er tælleren eller nævneren et regnestykke, er der underforstået en parentes omkring disse. Denne angiver, at tæller og nævner skal udregnes først. Derefter udføres den division som brøkstregen angiver.
Dette har dog kun praktisk betydning, hvis der optræder addition eller subtraktion i tæller eller nævner.

Eksempel: Udregn $\frac{23-5}{4}$ og $\frac{3\cdot 40\cdot 400}{80\cdot 100}$

Løsning: $\frac{23-5}{4} = \frac{18}{4} = \underline{\underline{4{,}5}}$

$\frac{3\cdot 40\cdot 400}{80\cdot 100} = \frac{3\cdot 4}{2} = \underline{\underline{6}}$

1. Omskriv følgende regneudtryk ved at bruge brøkstreger.

3 : 5   3 · 4 : 5 · 6 : 4   5 · 4 : 8 · 4
3 · 2 : 5   5 : 4 · 4 : 5   5 : 3 · 3 : 2

2. Udregn:

$\frac{4\cdot 6\cdot 2}{100}$ $\frac{5\cdot 100}{50}$ $\frac{500\cdot 2\cdot 10}{40}$ $\frac{5\cdot 2\cdot 8}{5\cdot 4}$ $\frac{16000}{5\cdot 100}$ $\frac{50\cdot 4}{100}$ $\frac{100.000\cdot 3}{2\cdot 3\cdot 4}$

3. Udregn:

$\frac{3+4-2}{2+3}$ $\frac{2-4+3}{5}$ $\frac{3\cdot 2-5}{2\cdot 4}$ $\frac{3(3-5)}{1}$ $\frac{4(2-5)}{10}$ $\frac{(2-3)-4}{2+3}$ $\frac{1.000\cdot 3}{2(10-5)}$

4. Skriv regnestykkerne så mest muligt står på en brøkstreg

3 – 5 : 4 · 2 – 5   3 · 10 : 5 · 10 + 2   (10 – 5) · 2 : 5
(2 – 3) : 5   (2 – 4) : (3 – 2)   2 + (3 – 5) : 5

Potenstal

Positiv eksponent

Består et regnestykke af et antal ens faktorer, kan man anvende en kortere skrivemåde, kaldet et potenstal.
F.eks.. kan $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ skrives som 5^4
Det nederste tal (her 5 tallet) kaldes roden, og det øverste lille tal (her 4 tallet) kaldes eksponenten.
5^4 læses sådan: 5 opløftet i fjerde potens eller blot: 5 i fjerde

Eksempel: Udregn $3 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^2$

Løsning: $3 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^2 = 3 \cdot 1.000 - 2 \cdot 100 = 3.000 - 200 = \underline{\underline{2.800}}$

1. Omskriv følgende til potenstal.

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ $\quad$ $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ $\quad$ $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

2. Udregn følgende:

3^2 $\quad$ 4^3 $\quad$ 2^5 $\quad$ 10^6 $\quad$ 2^1 $\quad$ 0^4 $\quad$ 10^9

3. Udregn følgende:

$10^3 + 10^2$ $\quad$ $5 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^3$ $\quad$ $2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^5$
$10^3 \cdot 10^2$ $\quad$ $2 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^2$ $\quad$ $1 \cdot 10^6 : 1 \cdot 10^3$

4. Hvilket af følgende tal er størst?

2^4 $\quad$ 3^3 $\quad$ 4^2 $\quad$ 5^1

1. Besvar følgende:

- Skriv det potenstal, der har roden 6 og eksponenten 3.
- Hvor mange gange større er 10^4 end 10^2?
- I hvilken potens skal man løfte 3 for at få tallet 27?
- Omskriv 1.000 til en potens af tallet 10.
- Omskriv 10.000 til en potens af tallet 10.
- I hvilken potens skal 10 opløftes for at få en million?
- I hvilken potens skal 10 opløftes for at få en milliard?

Negativ eksponent

Består et regnestykke af et antal ens tal, der alle skal deles med kan man også anvende potenstal.
F.eks. kan 1 : 10 : 10 : 10 : 10 skrives som: $1 : 10^{-4}$ eller blot: 10^{-4}
En negativ eksponent i et potenstal angiver altså, at der skaldles med roden det antal gange eksponenten angiver.

Eksempel: Udregn $3 \cdot 10^{-3} + 10^{-2}$

Løsning: 3 : 10 : 10 : 10 + 1 : 10 : 10 = 0,003 + 0,01 = 0,013

1. Omskriv følgende til potenstal med negativ eksponent:

1 : 5 : 5 : 5   1 : 10 : 10 $\frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}$

2 : 10 : 10 : 10 $\frac{2}{3 \cdot 3 \cdot 3}$ $\frac{1}{10^{2}}$

2. Udregn følgende:

$1 \cdot 2^{-2}$ $5 \cdot 10^{-3}$ $2 + 1 \cdot 10^{-3}$ $4 \cdot 10^{-2}$ $1 \cdot 10^{-1}$

3. Udregn følgende:

$1 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3}$ $2 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-4}$ $(2 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-2})$
$1 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6}$ $1 \cdot 10^{-1} + 15$ $(1 \cdot 10^{-2}) : (2 \cdot 10^{-3})$

4. Udregn følgende:

$2^{3} \cdot 2^{-2}$ $3^{2} \cdot 6^{-2}$ $5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{3}$ $(2 \cdot 10^{3}) \cdot (1 \cdot 10^{-3})$

5. Skriv det potenstal, der har roden 5 og eksponenten –3
Skriv det potenstal, der har eksponenten 3 og roden –2.
Hvor mange gange større er 10^{-2} end 10^{-3}?

6. Udregn følgende:

$3 - 2 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{1}$

Decimaltal skrives som titals-potenser

Meget store og meget små tal skrives på en kortere form ved at omskrive dem til et produkt af et etcifret tal og en potens af tallet ti.
F.eks. kan 4.500.000 skrives som $4{,}5 \cdot 10^6$ og 0,00056 kan skrives som $5{,}6 \cdot 10^{-4}$.

Eksempel: Skriv følgende tal til et produkt bestående af et etcifret tal og en potens af 10.

Løsning: $230.000 = 2{,}3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\underline{2{,}3 \cdot 10^5}}$
$0{,}00045 = 4{,}5 : 10 : 10 : 10 : 10 = \underline{\underline{4{,}5 \cdot 10^{-4}}}$

1. Skriv følgende tal fuldt ud:

$2 \cdot 10^2$ $3{,}4 \cdot 10^3$ $2{,}4 \cdot 10^{-2}$ $4{,}08 \cdot 10^{-5}$ $2 \cdot 10^6$

2. Omskriv følgende tal til et produkt af et etcifret tal og en potens af 10:

20.000	45.000	0,0004	0,0055	20
1 mio.	1 mia.	0,00015	300	1.500.000

3. Afstanden til solen er $1{,}496 \cdot 10^8$ km.

- Hvor mange km er der til solen? (Facit som helt antal mio. km)

4. Man har beregnet at Jordens alder er ca. $4{,}5 \cdot 10^9$ år.

- Hvor mange milliarder år er jorden (Facit som helt antal mio. år).

5. En bakterie har en længde på ca. $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ cm

- Angiv bakteriens længde som decimaltal.

6. Omsæt følgende til km (omsæt først potenstallet til decimaltal, dernæst til km og til slut til et produkt af et etcifret tal og en titalspotens):

$2 \cdot 10^5$ m $2{,}5 \cdot 10^{10}$ m $3 \cdot 10^{-5}$ m $1{,}5 \cdot 10^6$ m $4 \cdot 10^{-1}$ m

Regning med potenstal

Et regnestykke hvori der indgår potenstal kan altid regnes ved at omskrive potenstallet til et produkt af éns faktorer og dernæst udregne dette.
Denne fremgangsmåde vil dog være vanskelig, hvis eksponenten er meget stor eller meget lille. I sådanne tilfælde vil det være nødvendigt at kende nogle regler for regning med potenstal, som er vist med følgende eksempler:

$10^2 \cdot 10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$
Regel: To potenstal med samme rod kan multipliceres ved at sammenlægge eksponenterne og beholde roden.

$10^3 : 10^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10 : 10 : 10 = 10^1 = 10$
Regel: Potenstal med samme rod kan divideres ved at trække eksponenterne fra hinanden og beholde roden.

$(10^3)^2 = 10^3 \cdot 10^3 = 10^{3 \cdot 2} = 10^6$
Regel: Et potenstal kan opløftes med en potens ved at gange eksponenterne med hinanden og beholde roden.

$2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^2 = 200 + 300 = 500 = 5 \cdot 10^2$
Regel: Led, der består af et produkt af et tal og et potenstal kan sammenregnes, hvis potenstallene er ens ved at sammenlægge tallene og beholde potenstallet. Potenstallene kan i denne forbindelse betragtes som en art benævnelse.

Eksempel: Udregn $2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^2$ og $1{,}4 \cdot 10^2 – 2{,}1 \cdot 10^2$

Løsning: $2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^2 = 2 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 10^2 = 6 \cdot 10^5$
$1{,}4 \cdot 10^2 – 2{,}1 \cdot 10^2 = (1{,}4 – 2{,}1) \cdot 10^2 = -0{,}7 \cdot 10^2$

1. Hvilke af følgende udsagn er sande?

a) $10^4 \cdot 10^2 = 10^8$ c) $10^4 – 10^2 = 10^2$ e) $10^4 : 10^2 = 10^2$
b) $10^3 + 10^2 = 10^5$ d) $(10^4)^3 = 10^7$ f) $(10^4)^3 = 10^{12}$

2. Udregn følgende:

$10^5 \cdot 10^6$ $2^3 \cdot 2^{-2}$ $3^1 : 3^2$ $10^5 \cdot 10^{-5}$ $10^{12} \cdot 10^6$
$10^8 \cdot 10^{12}$ $(10^3)^4$ $5^{10} \cdot 5^5$ $(2^2)^{-1}$ $6^5 \cdot 6^{-3}$

3. Hvilke af følgende påstande er sande?

a) $2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3$ b) $2 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3 = 1$

4. Regn følgende. Skriv facit som et produkt af et etcifret tal og en titalspotens.

$3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5$ $5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}$ $4 \cdot 10^6 + 0{,}5 \cdot 10^6$
$3 \cdot 10^9 - 2 \cdot 10^9$ $2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^4$ $2 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5}$

5. Udregn følgende:

$4^2 \cdot 4^8$ $5^3 + 4^2 \cdot 4^3$ $2(2^3 \cdot 2^4)$
$4^2 + 4^2$ $2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^2$ $4(3^4 : 3^3)(3^3 : 3^4)$

6. Omskriv følgende tal til et produkt af et etcifret tal og en titalspotens og udregn dernæst opgave.

0,004 + 0,005 34.000 · 4.000 0,005 · 3.400.000
10.000 + 14.000 25.000 · 0,004 1 mio. + 1 mia.

7. Udregn følgende:

$(2^2)^5 \cdot 2^3$ $3^2 \cdot 4^3 : 12$ $(2^3)^4 : 2^7$ $5^{10} \cdot 5^2 : 5^6$ $3^2(3 \cdot 4) : 3^3$

8. Hvilke af følgende påstande er sande?

a) $3^3 \cdot 3^3 = 6^3$ c) $3^3 \cdot 3^3 = 3^6$ e) $3^4 : 3^3 = 1^1$
b) $3^3 + 3^3 = 6^3$ d) $3^3 + 3^3 = 2 \cdot 3^3$ f) $3^4 : 3^3 = 3$

9. Udregn følgende:

$3 \cdot 10^3$m + $2 \cdot 10^4$m $2{,}5 \cdot 10^5$m + 3 km $2{,}5 \cdot 10^{-6}$m · 2.500
$2 \cdot 10^{-2}$km · 5 $2{,}5 \cdot 10^6$km · $3{,}5 \cdot 10^5$ $2 \cdot 10^{-5}$m · $2 \cdot 10^{-3}$

10. Omskriv følgende tal til et produkt af et etcifret tal og en titalspotens og udregn dernæst opgaven.

15.000 – 10.000 0,0068 · 0,00004 30.000 · 0,00056
25.000 km · 100 50.000 + 45.000 500 : 2.500.000

Kvadratrod og kubikrod

At finde kvadratroden (uddrage kvdratroden) af et tal vil sige, at finde det positive tal, der opløsftet i anden potens giver det oprindelige tal.
F.eks. er $\sqrt{25}$ = 5 fordi 5^2 = 25

At finde kubikroden af et tal (at uddrage kubikroden) vil sige, at finde det tal, der opløftet i tredje potens giver det oprindelige tal.
F.eks. er $\sqrt[3]{64}$ = 4 fordi 4^3 = 64

At finde den n-rod (uddrage den n-rod) af et tal vil sige, at finde det tal, der opløftet i n-potens giver det oprindelige tal.
F.eks. er $\sqrt[5]{32}$ = 2 fordi 2^5 = 32

Kvadratrod og kubikrod kan findes ved at gætte og derefter kontrollere sit gæt, eller ved anvendelse af lommeregner eller en tabel.

1. Uddrag følgende rødder ved at gætte og kontrollere facit.

$\sqrt{16}$ $\sqrt[3]{8}$ $\sqrt{25}$ $\sqrt{36}$ $\sqrt{100}$ $\sqrt[3]{1000}$ $\sqrt{49}$ $\sqrt[3]{27}$

2. Udregn

$\sqrt{2}$ $\sqrt[3]{10}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{80}$ $\sqrt[3]{100}$ $\sqrt{0,1}$ $\sqrt[3]{9}$ $\sqrt{6}$

3. Hvilke af følgende påstande er sande?

a) $\sqrt{4}$ = -2
b) Kvadratroden af et tal er altid positivt
c) $\sqrt{-4}$ = -2
d) $\sqrt{-4}$ = 2
e) Man kan ikke uddrage kvadratroden af et negativt tal.
f) $\sqrt[3]{-8}$ = -2
g) Man kan ikke uddrage kubikroden af et negativt tal
h) Kubikroden af et tal kan aldrig være negativ.

4. Uddrag følgende rødder:

$\sqrt[6]{1}$ $\sqrt[8]{0}$ $\sqrt[5]{-1}$ $\sqrt[4]{16}$ $\sqrt[4]{625}$ $\sqrt[6]{64}$ $\sqrt[4]{-1}$

Kvadratrod og kubikrod af potenstal

Skal man uddrage kvadratroden eller kubikroden af et potenstal, kan man anvende følgende fremgangsmåde:

Kvadratroden af et potenstal er et potenstal med samme rod og med den halve eksponent. Kubikroden er et potenstal med samme rod og en eksponent, der er en tredjedel.

Den n-rod af et potenstal er et potenstal med samme rod og en eksponent man finder ved at dele med n.

Eksempel: Find $\sqrt{3^4}$ og $\sqrt[4]{10^8}$

Løsning: $\sqrt{3^4} = 3^{4:2} = 3^2$

$\sqrt[4]{10^8} = 10^{8:4} = 10^2$

1. Udregn følgende:

$\sqrt{2^4}$ $\sqrt{3^2}$ $\sqrt[3]{10^6}$ $\sqrt{4^8}$ $\sqrt{1{,}2^4}$ $\sqrt[3]{3^3}$ $\sqrt[3]{10^6}$ $\sqrt[3]{1^{12}}$

2. Udregn følgende og angiv facit som decimaltal.

$\sqrt{2^{-4}}$ $\sqrt{2{,}5^{-4}}$ $\sqrt{10^{-6}}$ $\sqrt{100^{-2}}$ $\sqrt[3]{0{,}8^{-3}}$ $\sqrt[3]{1^{-9}}$ $\sqrt{10^6}$ $\sqrt[3]{2^3}$

3. Udregn følgende og angiv facit som decimaltal med 1 decimal.

$\sqrt{30}$ $\sqrt{450}$ $\sqrt{0{,}15}$ $\sqrt[3]{0{,}1}$ $\sqrt{2^4}$ $\sqrt[3]{-3}$ $\sqrt{2{,}5}$ $\sqrt{0}$

4. Undersøg om følgende påstande er sande:

a) $\sqrt{2^{-2}} = \sqrt{\dfrac{1}{2^2}}$ b) $\sqrt{4^2} = \sqrt{\dfrac{1}{4^{-2}}}$

5. Udregn følgende:

$3^2 + \sqrt{3}$ $2^{-2} \cdot \sqrt[3]{-8}$ $\dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt[3]{-1}$

Regning med kvadratrødder

Sammensatte regnestykker, hvori der indgår kvdratrodsuddragning, løses ved først at uddrage kvadratroden og derfeter udføre de øvrige regnearter. Er det tal, hvoraf kvadratroden skal uddrages, sammensat af summer eller differencer, udregnes disse først, hvorefter kvadratroden uddrages.
Er det tal, hvoraf kvadratroden uddrages, et produkt eller en kvotient, kan kvadratroden uddrages af hver faktor eller divisor før sammenregning finder sted.

Eksempel: Udregn 2 - $\sqrt{3-4+2}$ og $\sqrt{4 \cdot 16 : 25}$

Løsning: $2 - \sqrt{3-4+2} = 2 - \sqrt{1} = 2 - 1 = \underline{\underline{1}}$
$\sqrt{4 \cdot 16 : 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{16} : \sqrt{25} = 2 \cdot 4 : 5 = \underline{\underline{1{,}6}}$

1. Udregn følgende:

$\sqrt{25-9}$ $\quad \sqrt{4 \cdot 9}$ $\quad \sqrt{4 \cdot 10^6}$ $\quad 5 + \sqrt{3-2}$ $\quad 4 \cdot \sqrt{2^2 - 4}$

2. Udregn følgende:

$2 + \sqrt{2^2 - 3}$ $\quad \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2}$ $\quad -3 + \sqrt{3^2 - 5}$ $\quad 0{,}1 - \sqrt{0{,}01 + 0{,}08}$

3. Udregn følgende. Facit med 1 decimal.

$\sqrt{3^2 + 4^2}$ $\quad \sqrt{10^2} - 4^2$ $\quad \sqrt{5^2 + 6^2}$ $\quad \sqrt{2^2} + 2^2$

4. Udregn følgende:

$\sqrt{\frac{4 \cdot 16}{100}}$ $\quad \sqrt{\frac{2+7}{4}}$ $\quad \sqrt{\frac{16 \cdot 10^4}{4}}$ $\quad \sqrt{5 - 3^2}$

5. Hvilke af følgende påstande er sande?

a) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{4 \cdot 9}$
b) $\sqrt{4} - \sqrt{9} = \sqrt{4-9}$
c) $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{4+9}$
d) $\sqrt{4} : \sqrt{9} = \sqrt{4:9}$
e) $\sqrt{4} + \sqrt{4} = 2 \cdot \sqrt{4}$
f) $2 \cdot \sqrt{4} - \sqrt{4} = \sqrt{4 \cdot 9}$

Brøktal

$\frac{3}{5}$ kaldes et brøktal 0g angiver resultatet af divisionen 3 : 5.
Man skelner mellem tre slags brøktal: Ægte brøktal, uægte brøktal og blandede brøktal.

Et ægte brøktal er et tal, der udtrykker et tal, der er en del af en hel.
F.eks. er $\frac{3}{5}$ et ægte brøktal.
Et uægte brøktal er et tal, der udtrykker et tal, der er mere end en hel.
F.eks. er $\frac{13}{5}$ en uægte brøk.

$3\frac{3}{5}$ kaldes et blandet tal, fordi det er sammensat af et helt tal og en brøk.

Eksempel: Omsæt 2,3 til uægte brøk og $\frac{1}{5}$ til decimaltal.

Løsning: 2,3 = 2 hele og 3 tiendele = $2\frac{3}{10} = \underline{\underline{\frac{23}{5}}}$

$\frac{1}{5}$ = 1 : 5 = $\underline{\underline{0{,}2}}$

1. Udregn følgende og angiv facit som blandet tal.

10 : 6   34 : 3   2.080 : 9   17 : 5   571 : 14

2. Omsæt følgende til brøktal:

0,3   0,007   1,3   20,45   1,02

3. Omsæt følgende til decimaltal:

$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ $2\frac{1}{5}$ $3\frac{1}{8}$

4. Udregn følgende ved først om omsætte brøktallene til decimaltal.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ $1\frac{2}{8} \cdot 8$ $1\frac{3}{8} + \frac{3}{4}$ $\frac{8}{10} \cdot 2$ $\frac{30}{100} \cdot 40$

Forlængning og forkortning

Et brøktal kan forlænges eller forkortes, uden at man derved ændrer på det antal, som brøktallet angiver.
Forlængning af en brøk foretages ved at gange tæller og nævner med det samme tal.
Forkortning af en brøk finder sted ved at dele tæller og nævner med det samme tal.

Eksempel: Forlæng eller forkort $\frac{3}{10}$ og $\frac{4}{200}$

Løsning: $\frac{3}{10} = \frac{3\cdot 5}{10\cdot 5} = \underline{\underline{\frac{15}{50}}}$

$\frac{4}{200} = \frac{4:4}{200:4} = \frac{1}{50}$

1. Forlæng følgende sådan at der dannes brøker med nævneren 20.

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ 2 $2\frac{1}{2}$ $\frac{3}{10}$ $5\frac{1}{2}$

2. Forlæng følgende brøker sådan at de opstår samme nævner:

$\frac{4}{25}$ $\frac{3}{50}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$

3. Forkort følgende brøker mest muligt.

$\frac{6}{9}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{6}{80}$ $\frac{32}{160}$ $\frac{15}{45}$, $\frac{4}{6}$

$\frac{10}{16}$ $\frac{18}{111}$ $\frac{49}{77}$ $\frac{3}{18}$ $1\frac{2}{4}$ $3\frac{12}{60}$

4. Forlæng følgende brøker sådan, at de alle opnår samme nævner.

$\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ $1\frac{2}{5}$ $3\frac{1}{4}$ $\frac{3}{10}$ $2\frac{3}{4}$

5. Forkort følgende brøker mest muligt.

$\frac{1.2000}{4.000}$ $\frac{50}{85.000}$ $\frac{710}{49.000}$ $\frac{10}{1.000}$ $\frac{5}{8}$ $2\frac{60}{100}$

De fire regningsarter med brøker

Ved addition og subtraktion af brøktal skal brøktallene have samme nævner (fællesnævner). Har de det, kan man addere eller subtrahere tællerne.
Ved multiplikation af brøktal multipliceres tæller med tæller og nævner med nævner.
Ved division vendes den bagerste brøk som og derefter ganges tæller med tæller og nævner med nævner.

Optræder der blandede tal omdannes de først til uægte brøker.

Eksempel: Udregn $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$ og $2\frac{1}{8} : \frac{3}{4}$

Løsning: $2\frac{1}{8} : \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \underline{\underline{\frac{5}{6}}}$

$$2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{7}{18}}}$$

$$2\frac{1}{8} : \frac{3}{4} = \frac{17}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{17}{4} = \underline{\underline{4\frac{1}{6}}}$$

1. Udregn følgende og angiv facit som uforkortelig brøk eller blandet tal.

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} \qquad \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \qquad \frac{3}{9} - \frac{1}{6} \qquad \frac{5}{6} + \frac{7}{10} \qquad \frac{1}{3} + \frac{3}{8}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \qquad \frac{5}{8} - \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{10} - \frac{1}{20} \qquad \frac{2}{6} - \frac{1}{7}$$

2. Udregn følgende:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{5} \qquad \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{10} \qquad \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} \qquad \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} \qquad \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10} \qquad \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{10} \qquad \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{12} \qquad \frac{3}{3} \cdot \frac{3}{8} \qquad \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$$

3. Udregn følgende og angiv facit som uforkortelig brøk eller blandet tal.

$$\frac{3}{8} : \frac{3}{4} \qquad \frac{2}{3} : \frac{2}{3} \qquad \frac{5}{1} : \frac{1}{2} \qquad \frac{4}{5} : \frac{2}{1} \qquad \frac{10}{6} : \frac{3}{2}$$

$$\frac{6}{10} : \frac{1}{2} \qquad \frac{5}{8} : \frac{2}{4} \qquad \frac{3}{4} : \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{2} : \frac{1}{4} \qquad \frac{6}{9} : \frac{5}{4}$$

4. Udregn følgende ved først at omsætte brøktallene til decimaltal. Angiv facit med to decimaler.

$1\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$ $\quad 3\frac{1}{4} \cdot 5$ $\quad 2 : \frac{3}{4}$ $\quad 4{,}132 : 4\frac{2}{3}$ $\quad 6\frac{1}{8} - 3\frac{2}{7}$

5. Udregn:

$4 + 3\frac{1}{2}$ $\quad 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4}$ $\quad 6\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}$ $\quad 5\frac{2}{3} + 1\frac{2}{8}$ $\quad 1\frac{1}{3} - \frac{3}{4}$

$4\frac{1}{3} - \frac{4}{7}$ $\quad 5\frac{3}{7} - 2\frac{1}{5}$ $\quad 5\frac{6}{7} + 10\frac{3}{4}$ $\quad 5\frac{1}{4} - 4\frac{3}{4}$ $\quad 5\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4}$

6. Omsæt følgende brøktal til decimaltal.

$\frac{3}{8}$ $\quad 1\frac{2}{5}$ $\quad \frac{3}{10}$ $\quad 2\frac{4}{5}$ $\quad 1\frac{0}{6}$

7. Udregn følgende:

$2\frac{1}{5} + 4\frac{2}{2}$ $\quad 24\frac{2}{3} - 19\frac{1}{6}$ $\quad \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ $\quad 12\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ $\quad 2\frac{1}{8} + \frac{3}{7}$

$1\frac{3}{4} : 2$ $\quad 3 \cdot 2\frac{2}{3}$ $\quad 12 - 5\frac{3}{4}$ $\quad 2\frac{4}{5} \cdot 5$ $\quad 40\frac{4}{5} - 5\frac{1}{4}$

8. Omsæt følgende decimaltal til brøktal:

1,2 $\quad$ 0,06 $\quad$ 10,45 $\quad$ 2,90 $\quad$ 100,0 $\quad$ 3,04 $\quad$ 1,15

9. Stil følgende tal i rækkefølge ned det mindste tal først:

$\frac{1}{7}$ $\quad 7\frac{1}{7}$ $\quad$ 7,07 $\quad$ 7,7

10. Omsæt følgende til cm:

$\frac{1}{4}$m $\quad 2\frac{1}{2}$dm $\quad$ 0,8m $\quad 5\frac{1}{5}$mm $\quad \frac{1}{1.000}$km

11. Udregn følgende. Angiv facit som decimaltal med en decimal.

$1\frac{3}{5} - \frac{2}{3}$ $\quad 2\frac{1}{8} + 3\frac{4}{7}$ $\quad 2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{6}$ $\quad 4 \cdot \frac{2}{5}$ $\quad \frac{5}{8} : 3$

Procenttal og promilletal

Et antal, der er en del af én hel, kan udtrykkes som decimaltal, brøktal, procenttal eller promilletal.

F.eks. kan tallet 2 hundrededele skrives som 0,02, $\frac{2}{100}$, 2% eller 2‰ idet % (procent) betyder hundredele og ‰ (promille) betyder tusindedele.

Eksempel: Omsæt 0,3 og $\frac{3}{5}$ til procenttal og promilletal.
Omsæt 5% og 12‰ til brøktal og decimaltal.

Løsning: $0{,}3 = 0{,}30 = \underline{\underline{30\%}} = \underline{\underline{300‰}}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 100}{5 \cdot 100} = \underline{\underline{60\%}} = \underline{\underline{600‰}}$$

$$5\% = \underline{\underline{0{,}05}} = \frac{5}{100} = \underline{\underline{\frac{1}{20}}}$$

$$12‰ = \underline{\underline{0{,}012}} = \frac{12}{1.000} = \underline{\underline{\frac{1}{85}}}$$

1. Omsæt til decimaltal og brøktal.

30% 5% 3,5% 16% $\frac{1}{2}$% 12,5% 1.000% $1\frac{1}{2}$% 15‰ 130% 0,5‰

2. Omsæt til procenttal med 1 decimal

$\frac{1}{2}$ 0,3 $\frac{3}{4}$ 0,8 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{8}$ 0,05 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{9}$ 0,002 3 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{10}$

3. Udregn følgende. Angiv facit som decimaltal.

50% · 5%	$\frac{1}{2}$ – 40%	$\frac{4}{5}$·20%	$\frac{8}{10}\cdot\frac{1}{2}$	20%–$\frac{1}{5}$
2,5 · 10%	8 · 12,5%	6,80 : $\frac{4}{5}$	40% : 20%	45% + 20%
1 – 10%	120% – 1	4,08 · 4,5	1 – (3% + 5%)	50% + $\frac{1}{2}$

2. Formler og reduktion

Formler bruges til at vise regnemæssige sammenhænge som kan være svære at forklare med almindelige ord. I formler bruges i stedet bogstavsforkortelser og matematiske symboler.

Formlen herunder er et eksempel på hvordan man indenfor bank-regning kan vise sammenhængen mellem den formue *F*, der opnås ved igennem *a* år at indbetale *y* kr. når banken giver *r* % i rente.

$$F = y \cdot \frac{(1+r)^a - 1}{r}$$

Har man kendskab til anvendelse af sådanne formler, gør de én i stand til at løse regnemæssige problemer, man ellers ville have svært ved at tænke sig til løsningen af.

Formlen herover kan også kaldes en ligning. Denne formel siges at være en ligning med fire ubekendte (Formue, Ydelse, Rente og Antal år). Kender man den tal-mæssige størrelse af tre af disse, kan man beregne den u-bekendtes størrelse.

For at kunne forstå formler og selv lave formler er det nødvendigt at kende til visse regler for regning med regneudtryk, hvori der er bogstaver.

I dette kapitel arbejdes der dels med regler for anvendelse af formler og regler for arbejde med bogstav-udtryk generelt.

Både ved anvendelse af formler og arbejde med bogstavudtryk er det nødvendigt at kende til de regneregler, der er gennemgået i kapitel 1.

Anvendelse af formler

I formler anvendes bogstavsforkortelser, regnetegn og parenteser til at vise regnemetoden. Gangetegn udelades mellem bogstaver og mellem bogstaver og parenteser.

Eksempel: Formlen herunder viser sammenhængen mellem P, k og T

$$P = \frac{k(T - \sqrt{2k})}{5}$$

Find P når k = 2 og T = 2,5

Løsning: Når k = 2 og T = 2,5 gælder:

$$P = \frac{k(T - \sqrt{2k})}{5} \quad \Leftrightarrow$$ denne pil betyder ”medfører at”

$$P = \frac{2(2{,}5 - \sqrt{2 \cdot 2})}{5} \quad \Leftrightarrow$$

$$P = \frac{2 \cdot 4{,}5}{5} \quad \Leftrightarrow$$

$$\underline{\underline{P = 1{,}8}}$$

1. Følgende formel viser sammenhængen mellem A, л og r

A = лr^2

- Find A når л = 3,14 og r = 4

2. Følgende formel udtrykker sammenhængen mellem x, a og b

$$x = -\frac{1}{2}a + \sqrt{(\frac{1}{2}a)^2 - b}$$

- Find x når a = 6 og b = 5
- Find x når a = 1 og b = $-\frac{3}{4}$

3. Find P når $P = \sqrt{2k^2 + 4} + 3$ og k = 4

Find V når V = $\frac{1}{3}$hл(R^2 + r^2 + Rr) når h = 3, л = 3,14, R = 5 og r = 3,5

Find H når H = (r – t)(r + t) og r = -2 og t = 3

Find G når G = $t_0(t - t_0) - t_1^2$ og t_0 = 0,05 og t_1 = 0,4

4. Følgende sammenhæng gælder mellem H og T:

$H = \frac{1}{2}T - 5$

- Tegn og udfyld et skema som nedenstående der viser, hvad H bliver når T har de viste værdier.

T	0	3	½	-2
H				

5. Følgende formel viser sammenhængen mellem x og y

$y = x^3 - 2x$

- Tegn og udfyld de tomme pladser i skemaet:

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

6. Følgende sammenhæng gælder mellem U og t:

$U = t^2 + 2t - 3$

- Tegn og udfyld skemaet:

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

7. Følgende sammenhæng gælder mellem V, h, G og g:

$V = \frac{1}{3}h(G + g + \sqrt{Gg})$

- Find V når h = 3, G = 9 og g = 4

8. Find P når $P = V^3 - (3n + 2m)^2$ og V = -1, n = 4 og m = 2

Find H når $H = 4 \cdot \sqrt{3a^2 + 4b}$ og a = -2 og b = -2

9. Følgende formel viser sammenhængen mellem V og r:

$V = \frac{4}{3}r^3$

- Tegn og udfyld følgende skema:

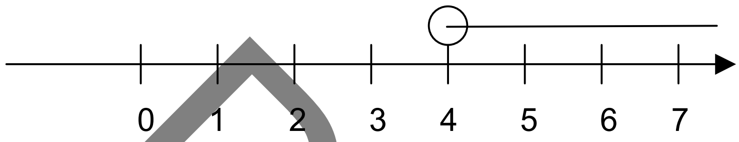
r	3	6	1,2	4,5
v				

Lighedstegnet i en formel kan erstattes af et ulighedstegn.
Formlen kaldes da en ulighed.
Følgende ulighedstegn findes:

$\neq$ betyder: forskellig fra. Feks kan man skrive: $2 \neq 3$
$\approx$ betyder: omtrent lig med *eller* afrundet til. Feks kan man skrive: $3{,}1 \approx 3$
$<$ betyder: mindre end. Feks kan man skrive 2 < end 3
$>$ betyder: større end. Feks kan man skrive $3 > 2$
$\leq$ betyder: mindre end eller lig med. Feks kan man skrive: $3 \leq 3$
$\geq$ betyder: større end eller lig med. Feks kan man skrive: $4 \geq 4$

Eksempel: Formlen udtrykker sammenhængen mellem P og t
$F > KP$
Find F når K = o,5 og P = 8 og vis løsningen på en tallinie.

Løsning: $F > KP$ og $K = 0{,}5$ og $P = 8$ <=>
$F > 0{,}5 \cdot 8$ <=> $F > 4$ (F er større end 4)



1. Formlen udtrykker sammenhængen mellem P og t:
$P > 2t^2 - 3$

- Find P når t = -2 o g vis løsningen på en tallinie.

2. Formlen udtrykker sammenhængen mellem H, t og K:
$H \leq 2K - t^2$

- Find H når K = -3 og t = -2 og vis løsningen på en tallinie.

3. Formlen udtrykker sammenhængen mellem F, G og L.
$F \geq \sqrt{G - 3L}$

- Find F når G = -2 og L = -6 og vis løsningen på en tallinie.

4. Formlen udtrykker sammmenhængen mellem T, K og n
$T \approx \frac{K}{n}$ hvor T skal være afrundet til 2 decimaler.

- Find T når K = 10 og n = 6

Konstanter og variabler

I formlen K = 3p – n kaldes K, p og n for variable og 3-tallet en konstant, fordi K, p og n variere i størrelse men tallet konstant er 3.

I visse tilfælde betegnes konstanter også med bogstavsforkortelser, feks. i tilfælde hvor de pågældende tal er svært at skrive. Dette gælder feks i formler til beregninger om cirkler, hvor konstanten л (phi) som regel skrives som et bogstav.

Eksempel: Formlen herunder viser sammenhængen mellem A og r

A = л r^2 , hvor л er en konstant.
Når r = 2 er A = 24.

Find konstanten л

Løsning: A = л r^2 og A = 27 og r = 3 <=>
27 = л·9
Det ses heraf at konstanten л er 6

1. Formlen viser sammenhængen mellem P og H:

P = 3H + k hvor k er en konstant.
Når H = 3 bliver P = 10

- Find konstanten k

2. Formlen viser sammenhængen mellem T og K:

T = aK^2 hvor a er en konstant.
Når K = 2 bliver T = 20

- Find konstanten a
- Find derefter T når K = 5

3. Formlen viser sammenhængen mellem D og G:

D = aG^2 – bG hvor a og b er konstanter (a = 2 og b = 3)

- Find D når G = -2
- Find D når G = $-\frac{1}{2}$

Proportionalitet

Variablerne i en formel kan forholde sig ligefremt eller omvendt proportionalt til hinanden.

Ligefrem proportionalt: En forhøjelse af den ene størrelse vil medføre en tilsvarende forhøjelse af den anden (Feks: jo mere man køber, jo mere koster det).

Omvendt proportionalt: En forhøjelse af den ene størrelse medfører en tilsvarende formindskelse af den anden (Feks: jo hurtigere man kører, jo kortere tid tager det at nå frem).

Følgende formler er eksempler:

P = 2K

K	1	2	3	10
P	2	4	6	20

Ligefrem proportionalitet:
Når K fordobles, fordobles P også

$P = \frac{2}{K}$

K	1	2	4
P	2	1	0,5

Omvendt proportionalitet:
Når K fordobles halveres P

Generelt gælder:

Formler af formen: y = ax + b hvor a og b er konstanter er en ligefrem proportionalitet mellem x og y

Formler af formen: $y = \frac{a}{x} + b$ hvor a og b er konstanter, er en ligefrem proportionalitet mellem x og y.

Eksempel: I skemaet er vist sammenhørende værdi til x og y.

x	0	1	2	10
y	0	3	6	30

Hvilken type proportionalitet er det?
Skriv en formel, der viser sammenhængen mellem x og y.

Løsning: Når x bliver større, bliver y tilsvarende større – altså:
ligefrem proportionalitet.
Man skal gange x med 3 for at finde y. Formlen er:
y = 3x

1. Skemaet viser nogle eksempler på sammenhængen mellem T og P.

T	0	1	3	5
P	0	2	6	10

- Er T og P ligefremt eller omvendt proportionale størrelser?
- Skriv en formel der viser sammenhængen mellem T og P

2. Skemaet viser nogle eksempler på sammenhængen mellem x og y.

x	4	10	100	500
y	2	5	50	250

- Er x og y ligefremt eller omvendt proportionale størrelser?
- Skriv en formel der viser sammenhængen mellem x og y

3. Skemaet viser nogle eksempler på sammenhængen mellem x og y.

x	1	2	4	8
y	4	2	1	½

- Er x og y ligefremt eller omvendt proportionale størrelser?
- Skriv en formel der viser sammenhængen mellem x og y

4. Skemaet viser nogle eksempler på sammenhængen mellem T og P.

x	1	2	4	8
y	2	1	0,5	0,1

- Er x og y ligefremt eller omvendt proportionale størrelser?
- Skriv en formel der viser sammenhængen mellem x og y.

5. I skemaet herunder kan man se, hvad man skulle betale for kartofler.

Kartofler - kg	1	2	5	25
Pris – kr.	8,65	17,30	43,25	216,25

- Afgør hvilken form for proportionalitet, der er tale om, op skriv en formel, der viser sammenhængen mellem antal kg (A) og prisen (P).

6. I skemaet herunder kan man se, hvor lang tid det tager at køre 100 km, når man kører med forskellige hastigheder.

Hastighed – km/t	10	20	40	50
Køretid for 100 km - timer	10	5	2,5	2

- Afgør hvilken form for proportionalitet, der er tale om og skriv en formel der viser sammenhængen mellem hastighed og køretid for 100 km.

Reduktion

De fire regningsarter

Når man har skrevet en formel, der viser sammenhængen mellem to eller flere ubekendte, kan man ofte forenkle formlen og dermed gøre den nemmere at anvende. Feks er formlen på side 29 en forenkling af en formel, der oprindeligt består af et uendeligt antal led.

At forenkle en formel kaldes for at reducere den, og kræver kendskab til regning med bogstavs-udtryk. Du kan herunder se eksempler på reduktion:

Addition:	$a + a = 2a$	$2x + x = 3x$	$a + b$ kan ikke reduceres
Subtraktion:	$2a - a = a$	$x - 2x = -x$	$a - b$ kan ikke reduceres
Multiplikation:	$a \cdot a = a^2$	$2a \cdot 3a = 6a^2$	$3a \cdot 2b = 6ab$
Divison:	$2a : a = 2$	$6a^2 : 2a = 3a$	$a : b$ kan ikke reduceres

Eksempel: Reducer følgende formel mest muligt:
$P = 2k - 3p + 3 \cdot p + 3k - 5$

Løsning: $P = 2k - 3p + 3 \cdot p + 3k - 5 \Leftrightarrow$
$\underline{\underline{P = 5k - 3p - 5}}$

1. Reducer følgende formler mest muligt:

$P = 2K - K \cdot K + K$ $\quad$ $I = 4p - 5p + p$ $\quad$ $K = 2r + 2r - 4r^2$

2. Reducer

$T = 3a - 4b + 2a + b$ $\quad$ $K = a + ab - 2ab$ $\quad$ $H = 2a \cdot 3b - ab$
$P = -2b - 3t - 2t + b$ $\quad$ $S = 2x : 3x - 2y$ $\quad$ $I = 3x^2 - 2xy + 2x \cdot x$

3. Reducer følgende formler mest muligt og derefter U i hvert udtryk, når a = 3 og b = -2

$U = 3a \cdot 2b - 4b + 3b$ $\quad$ $U = 3a^2 : 2a - 3a^2$ $\quad$ $U = 2a - 3b + 2ab - 2a \cdot b$
$U = 6a \cdot (-2a) + 3a^2$ $\quad$ $U = 2ab - a \cdot b$ $\quad$ $U = 2a - 3a + 2b - 3b$

4. Reducer følgende formler mest muligt:

$F = 2t - 3t - 4$ $\quad$ $H = r^2 : 2r - r \cdot r$ $\quad$ $T = r \cdot r \cdot r \cdot r - r \cdot r \cdot r$

Optræder der parenteser i et bogstavudtryk skal man fjerne (ophæve) parentesen inden man kan reducere formlen. Følgende eksempler viser hvad der sker med et regneudtryk, der står i en parentes når man hæver parentesen.

$a + (b + c) = a + b + c$ $\quad$ $a + (-b - c) = a - b - c$
+ (hæves og at leddene i parentesen ændres ikke

$a - (b + c) = a - b - c$ $\quad$ $a - (-b - c) = a + b + c$
– (hæves og ledene i parentesen ændrer fortegn

$a \cdot (b + c) = ab + ac$
· (hæves og leddene i parentesen multipliceres med tallet foran · -tegnet

$(b + c) : a = b : a + c : a$
) : hæves og ledene divideres med tallet efter : -tegnet

Eksempel: Reducer:
$$Y = (3t - p) - 3(t + 2p) - (3t + P)$$

Løsning:
$Y = (3t - p) - 3(t + 2p) - (3t + P)$ $\quad$ <=>
$Y = 3t - p - 3t - 6p - 3t - p - 3t - p$ $\quad$ <=>
$\underline{\underline{Y = -3t - 8p}}$

1. Reducer følgende formler mest muligt.

$T = a - (3a+b)$ $\quad$ $U = 2x+3b-(3b+2x)$ $\quad$ $K = 3a-2b-(2a-3b)$ $\quad$ $L = 2a - b-(-3a+2b)$ $\quad$ $M = (a-b)-(a+b)$ $\quad$ $N = 2a^2-(a^2+ab)+2ab$

2. Reducer følgende udtryk mest muligt.

$-a-5(a - b) + 3a + 4b$ $\quad$ $(16a - 16) : 4 + (a + 9b)$
$4(3x - 5y) + 3(x - y)$ $\quad$ $5x - (3a + 4) + 3(a - 1$

3. Reducer følgende udtryk mest muligt:

$3a(5a + 2b) - 4a(2a - 3b)$ $\quad$ $4x(3x + 5y) - 3x(2x + 3y) + 2xy$
$(2a + 3) - (3a - 5) + 2(3a - 1)$ $\quad$ $b(b - a) - a(a - b)$

4. Reducer følgende formler mest muligt.

$T = 4 + (-3a + 10) : 5$ $\quad$ $U = 3x^2 - x(x - 3)$
$G = (a - b) : a$ $\quad$ $H = 3z(x - 1) - 2xz - 3z^2$

Produktet af to to-ledede størrelser

Indeholder et bogstavudtryk to parenteser, der skal ganges med hinanden, anvendes følgende fremgangsmåde:

$(a + b) \cdot (c + d) = a\cdot(c + d) + b\cdot(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Eksempel: Reducer formlen:
$H = (k – 2)(2k – 3) – (3k –6)$

Løsning:
$H = (k – 2)(2k – 3) \quad \Leftrightarrow$
$H = k\cdot 2k – k\cdot 3 – 2\cdot 2k – 2\cdot(-3) \quad \Leftrightarrow$
$H = 2k^2 – 3k – 4k + 6 \quad \Leftrightarrow$
$\underline{\underline{H = 2k^2 – 7k + 6}}$

1. Reducer følgende udtryk.

$(2a + 4)(3 + a)$ $\quad (a – b)(a + b)$ $\quad (a + b)(2a + b)$ $\quad (3a – b)(a – b)$
$(2a – b)(a + b)$ $\quad (2a – 2)(2a – 2)$ $\quad (a – 2)(a – 2)$ $\quad (2x –y)(x + y)$

2. Reducer følgende udtryk.

$3x – 2(x^2 – y^2) + (x + y)(x – y)$

3. Reducer følgende udtryk.

$T = a^2 – (ab + b^2) + (a – b)(a – 2b)$
$T = (a – 2)(a + 2) + (b – 2)(b + 2) – a^2 – b^2$
$T = 6a(a – 3) – 4b(b – 3) + (a +b) \cdot a$

4. Reducer følgende udtryk.

$(2 – 3b)(b + 1)$ $\quad 3a + (a – 4)(a + 3)$
$6a – (3a – 2) + (a + 2)(a – 1)$ $\quad (2a + 3)(2a + 3) – 4a^2$

5. Reducer følgende udtryk.

$4(3a – 2)(2a + 2)$ $\quad 2 + 3(x – y)(x + y)$
$–2(a + b)(a + b)$ $\quad –6(2a – b)(b – 2a)$

Kvadratet af en to-leddet størrelser

$(a + b)^2$ kaldes kvadratet på en toleddet størrelse. En sådan størrelse kan udregnes ved at anvende følgende fremgangsmåde:

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Eksempel: Reducer følgende formel:
$P = (2x – 3)^2$

Løsning:
$P = (2x – 3)^2$
$P = (2x – 3)(2x – 3)$
$P = 2x·2x + 2x·(-3) – 3·2x – 3·(-3)$
$P = 4x^2 – 6x – 6x + 9$
$\underline{\underline{P = 4x^2 – 12x + 9}}$

1. Reducer følgende udtryk:

$(a + b)^2$ $(2 – b)^2 + (3b – 2)^2$ $(2a – b)^2$
$(a – b)^2$ $(a + 2b)^2$ $4a – (a – 2)^2$

2. Reducer følgende formel og find derefter P når x = 2 og y = -3

$P = 3xy + (x + y)^2 – (x + 2y)^2$

3. Reducer følgende udtryk:

$(x – 2)(x + 2) + (x – 2)^2$ $(x – 2)^2 + (x – 2)(x + 2)$
$(v – u)^2 + v^2 – u^2$ $(k – t)^2 – k(t – k)$

4. Reducer følgende udtryk:

$(4x – 3)^2 – (3x – 2)^2 – (2x – 3)^2 + 3x(x – \frac{1}{3})$

5. Reducer følgende formel og find derefter L når t = -1 og k = 2

$L = 3(2t – k)(2t + k) + (2t – k)^2$

Brøker

Optræder brøker i et bogstavsudtryk, anvendes brøktalsreglerne:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd} \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot b}{b\cdot d} \qquad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Eksempel: Reducer formlen: $T = \frac{k-1}{p}+\frac{k+2}{2p}$

Løsning:

$$T = \frac{k-1}{p}+\frac{k+2}{2p} \quad \Leftrightarrow$$

$$T = \frac{2(k-1)+k+2}{2p} \quad \Leftrightarrow$$

$$T = \frac{2k-2+k+2}{2p} \quad \Leftrightarrow$$

$$T = \frac{3k}{2p}$$

1. Reducer følgende udtryk.

$\frac{a}{3}+\frac{a}{4}$ $\quad \frac{2a}{5}-\frac{a}{3}$ $\quad \frac{a}{4}\cdot\frac{a}{3}$ $\quad \frac{2a}{5}:2$ $\quad \frac{2a}{3}\cdot\frac{a}{5}$

$\frac{2a}{3}-\frac{a^2}{4}$ $\quad \frac{2}{3a}-\frac{1}{6a}$ $\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}$ $\quad \frac{3ab}{4}:a$ $\quad \frac{5a^2}{6}-\frac{a}{5}$

2. Reducer følgende udtryk:

$\frac{2}{b}-\frac{3}{b^2}$ $\quad \frac{2}{x}-\frac{2}{y}$ $\quad \frac{3}{ab}+\frac{2}{3a}$ $\quad \frac{1}{ac}-\frac{1}{c}$ $\quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

$\frac{4a}{3}-\frac{2}{a}$ $\quad \frac{1}{4a}-\frac{5}{6ab}$ $\quad \frac{1}{2a}-\frac{1}{3b}$ $\quad \frac{1}{b}\cdot\frac{b}{3}$ $\quad \frac{1}{6x}-\frac{x}{3}$

3. Reducer følgende udtryk

$\frac{2k-3}{5}-\frac{k^2}{k}$ $\quad \frac{a-b}{3}+\frac{a^2+ab}{a}$ $\quad \frac{3}{x}+\frac{x^2-1}{5}$

$\frac{b^2-5}{3}+\frac{b^3-2b}{4b}$ $\quad \frac{2a^3}{3}:\frac{4a-2}{a}$ $\quad 5a^2+\frac{3}{a}:\frac{a^2}{5}$

Potensregning

Indeholder en formel potenstal, bruges definitionen på potenstal og regnereglerne (se side 16 og 19) til at reducere formlerne.
Se eksemplerne herunder:

Multiplikation:
Eksempel: $a^2 \cdot a^3 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^{2+3} = a^5$ Regel: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Opløste potens-tal:
Eksempel: $(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^{2 \cdot 3} = a^6$ Regel: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Division:
Eksempel: $a^3 : a^2 = a \cdot a \cdot a : a : a = a^{3-2} = a^1$ Regel: $a^n : a^m = a^{n-m}$

$a^n + a^m$ og $a^n \cdot b^m$ kan ikke reduceres

1. Reducer følgende udtryk.

$x^2 \cdot x^4$ $\quad 2x^2 \cdot 4x^2$ $\quad xy^3 : y^2$ $\quad a^5(a^2 + a^3)$ $\quad (x^2y^2)^3$

2. Reducer følgende formler mest muligt:

$T = x^3(x^2 – y) + (x^5 + xy)\ x$ $\qquad H = 1 + (x^3 – 4)^2 + (x^2)^3$

3. Udregn følgende:

$4 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^3$ $\quad (2 \cdot 10^3)^4$ $\quad 2{,}5 \cdot 10^4 – 3{,}5 \cdot 10^4$ $\quad (8 \cdot 10^5) : (2 \cdot 10^4)$

4. Reducer følgende formler mest muligt:

$H = a^n \cdot a^m – a^n(a^m + 3)$ $\qquad T = a^n \cdot a^m + \dfrac{a^n}{a^m}$

5. Omdan følgende tal til produkter af etcifrede tal og titalspotenser.
Udregn derefter.

30000 · 2000	3 mio. · 20000	550.000 : 2.000
450.000 · 34000	8 mia : 5 mio.	5 mio. · 45.000

Roduddragning

Indeholder en formel rod-uddragning, kan følgende regler anvendes. Reglerne gælder for både kvadratrod, kubikrod og andre røder. Her vises de kun for kvadratrod.

$\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a}$ og $2\sqrt{a} = \sqrt{a} + \sqrt{a}$

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ og $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$ og $\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

$\sqrt{a} + \sqrt{a}$ kan ikke reduceres

Eksempel: Reducer følgende formel: $F = \sqrt{\frac{a}{4}} + \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{a}$

Løsning: $F = \sqrt{\frac{a}{4}} + \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{a}$ <=>

$F = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{4}} + \sqrt{a \cdot a} + \sqrt{a}$ <=>

$F = ½\sqrt{a} + a + \sqrt{a}$ <=>

$\underline{\underline{F = 1½\sqrt{a} + a}}$

1. Reducer følgende udtryk.

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$ $\quad 3\sqrt{a} \cdot 4\sqrt{a}$ $\quad 2\sqrt{a} : \sqrt{a}$ $\quad 4\sqrt{a} - \sqrt{a}$

2. Reducer følgende udtryk:

$3\sqrt{a}(4\sqrt{a} - 3\sqrt{b}) - 5a$

$2\sqrt{a}(5\sqrt{a} + 3\sqrt{b}) - 3\sqrt{a}(2\sqrt{a} - \sqrt{b})$

3. Reducer følgende formel og find derefter G når a = 4

$G = (a + \sqrt{a})(a - \sqrt{a}) - (a - \sqrt{a})^2 - (a\sqrt{a})^2$

x^0, x^{-n} og $x^{½}$

Af regnereglerne om regning med potenstal følger:

$x^n : x^n = x^{n-n} = x^0 = 1$

$1 : x^n = x^0 : x^n = x^{0-n} = x^{-n}$

$\sqrt{x^n} = x^{n:2} = x^{\frac{n}{2}}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{x^n} = x^{n:3} = x^{\frac{n}{3}}$ $\qquad$ $\sqrt[a]{x^n} = x^{n:a} = x^{\frac{n}{a}}$

Eksempel: Reducer: $x^0 \cdot x^5 \cdot x^{-3} + x^{1½}$

Løsning: $x^0 \cdot x^5 \cdot x^{-3} + x^{1½} =$
$x^{0+5+(-3)} + x^1 \cdot x^{½} =$
$x^2 + x\sqrt{x}$

1. Udregn følgende:

$100^{\frac{1}{2}}$ $\qquad$ $8^{\frac{1}{3}}$ $\qquad$ $25^{0,5}$ $\qquad$ $100^{2\frac{1}{2}}$

2. Udregn:

$5^4 \cdot 5^{-3}$ $\qquad$ $4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-2}$ $\qquad$ $4,8 \cdot 10^0 : 1,2 * 10^3$ $\qquad$ $4,2 \cdot 10^3 + 1,2 \cdot 10^4$

3. Reducer følgende formel:

$P = x^2 \cdot \sqrt{x^3} : \sqrt{x}$

4. Formlen viser hvordan man kan beregne den ydelse (y), der skal betales for at afdrage en gæld (G) ved n lige store betalinger når renten er r pr. gang.

$$y = G \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$

- Find y når G = 100.000, r = 1,5% og n = 40
- Find y når G = 1 mio., r = 1% og n = 120

5. Reducer følgende og find derefter P når x = 9:

$P = (\sqrt{x} - x)^2 - x^2$