

brikkerne til
regning & matematik

procent

F+E+D

DEMO

preben bernitt

brikkerne

til

regning & matematik

forhold og procent F+E+D

ISBN:

2. Udgave som E-bog

© 2010 by bernitt-matematik.dk

Kopiering er kun tilladt efter aftale med bernitt-matematik.dk.

Læs nærmere om dette på

www.bernitt-matematik.dk

eller kontakt nedenstående adresse.

DEMO

bernitt-matematik.dk

mail@bernitt-matematik.dk

Fjordvej 6

4300 Holbæk

Forord

Hæftet er et af ni, der er udarbejdet til undervisning på VUC på niveauerne **F+E+D** og dette indeholder *kernestoffet*, som det er beskrevet om procent regning i undervisnings-vejledningen om trin **F+E+D**.

Ligesom i undervisningsvejledningen, er der overlapning af kernestoffet i forhold til **basis** og **G**. Siderne 4 - 7 omhandler regnemetoder, der også er gennemgået på tidligere trin.

Dette er en *beta-udgave*, der er udarbejdet med baggrund i den vejledningen om undervisning på VUC, der udkom i 2009. I forhold til de faglige krav, der viser sig at blive stillet ved de fremtidige skriftlige prøver efter trin D kan der være fag-indhold, der mangler og der kan være fag-indhold, der senere viser sig ikke er være relevant.

bernitt-matematik.dk fralægger sig ethvert ansvar for eventuelle følger af at anvende hæftet.

Siderne er opbygget således, at først vises med eksempler og derefter er der opgaver man skal løse. Man behøver ikke løse alle opgaverne. Hvis man har forstået eksemplerne og man kan se at man uden problemer kan løse opgaverne, kan de springes over.

Til en del af opgaverne skal man bruge en lommeregner med en tast, der kan bruges til at udregne potenstal. Ved tasten står enten y^x eller x^y . Har man ikke denne tast på sin lommeregner, kan man bruge den tabel, der starter på side 20.

Man behøver ikke løse alle opgaverne: Hvis man har forstået eksemplerne og kan se, at man uden problemer kan løse opgaverne, kan man springe dem over.

Fra side 16 er facitliste.

Procent-delning

Eksempel 1:

Af en indtægt på 15.000 kr. skal du betale 8% i arbejdsmarkedsbidrag.

Arbejdsmarkedsbidrag: $15.000 : 100 \cdot 8 = 1.200$ kr.

Forklaring:

Procent betyder "ud af 100". 8% betyder så, at for hver 100 kr. seddel du har tjent, skal du af med 8 kr.

I eksemplet finder man, hvor mange 100 kr. sedler der er indeholdt i 15.000 ved at dividere med 100 og derefter gange med 8 kr.

- 1 Dit barn har tjent 1.543 kr. ved at gå med reklamer.
Der skal betales 8% i arbejdsmarkeds-bidrag af al indkomst.

 - Hvor meget skal dit barn betale i arbejdsmarkeds-bidrag?
 - Hvor meget vil dit barn få udbetalt?
- 2 Du har et år tjent 195.656 kr.
Du ved, at du skal have 12,5% af dette i feriepenge.

 - Hvor meget skal du have i ferie-penge?
 - Hvor meget har du så tjent i alt dette år?
- 3 Du er til ophørs-udsalg i en skotøjs-forretning.
Alle sko er nedsat med 25%.
Rabatten beregnes, når du betaler.
Du vil købe et par sko med en pris uden rabat på 345 kr.

 - Hvad skal du betale?
- 4 Du har haft 5 timers overarbejde. Din normale timeløn er 85,50 kr., og du får 50% i overarbejdsstillæg.

 - Hvad vil du få for de fem timers overarbejde?

Eksempel 2:

Af en bils pris på 108.000 kr. er der betalt 42.000 kr. i afgifter. Du vil finde, hvor mange procent det er.

Afgifts-procent: $42.000 : 108.000 \cdot 100 = 39\%$

Forklaring:

Ved at dele 42.000 med 108.000 finder man, hvor meget afgift der er i hver kr., bilen har kostet. Ved derefter at gange med 100 finder man, hvor meget afgift der er i hver 100 kr. seddel, bilen har kostet. Det svarer til procent (afgift ud af 100).

- 1** Du har fået løn-forhøjelse.
Før forhøjelsen fik du 88,55 kr. i timen. Nu vil du få 4,45 kr. mere i timen.
 - Hvor mange procent er det i forhold til det, du tjente før?

- 2** Du ser en annonce om køb af maling:
Loft-hvid 2 ½ liter spand: Før-pris: 255,- kr. Spar 80 kr.
Loft-hvid 5 liter spand: Før-pris: 485,- kr. Spar 120 kr.
 - Hvor mange procent sparer du på 2 ½ liter spanden?
 - Hvor mange procent sparer du på 5 liter spanden?

- 3** Du har købt en bil sammen med en ven. Du har givet 12.000 kr. og han 6.000 kr. Nu sælger i bilen for 15.000 kr. og skal dele. En måde at gøre dette retfærdigt på er ved at starte med at regne ud, hvor mange procent I hver har betalt.
 - Hvor mange procent har du betalt?
 - Hvor meget af de 15.000 kr. skal du have?

- 4** Af en el-pris på 101,5 øre pr. kilowatttime betaler du 65,7 øre i moms og afgifter.
 - Hvor mange procent går til staten?

Eksempel 3:

Du har læst i avisen:

"12.000 mennesker dumper hvert år til køreprøven. Det svarer til 20% af alle, der går op."

Du vil regne ud, hvor mange mennesker der i alt går til prøve.

I alt til prøve: $12.000 : 20 \cdot 100 = 60.000$

Forklaring:

Man kender delen og procenten og kender ikke helheden. Helheden finder man sådan:

Først deler med 12.000 med 20 for at finde 1% og ganger dette med 100 for at finde helheden.

- 1** Du ved, du ialt bliver trukket 54% i skat og arbejdsmarkedsbidrag.
Du ved også, at du er nødt til at tage overarbejde for at have penge nok til regningerne i næste måned.
Du skal mindst have udbetalt 1.500 kr. mere end normalt.
 - Hvor meget skal du tjene ekstra?
- 2** Du har fået udbetalt 15% af overskuddet ved en handel. Beløbet du fik udbetalt var 4.568,75 kr.
Du har ikke fået oplyst, hvor stort overskuddet var i alt.
 - Hvor stort må overskuddet have været?
- 3** Du læser i avisen:
"Antallet af bil-tyverier er steget med 3.210 i forhold til året før. Der svarer til en stigning på 9%"
 - Hvor mange biler blev der stjålet året før?
- 4** Du får hvert år udbetalt 1,5% af overskuddet i den virksomhed, du er ansat i.
I år har du fået 5.675,50 kr.
 - Hvor stort har virksomhedens overskud været?

- 5** Ved beregning af forbrugerprisen på en vare tillægges prisen 25% i moms
En vare kostede med moms 59,95 kr.
- Hvad var prisen uden moms?
 - Hvad var momsen?
 - Hvor mange procent udgør momsen af prisen med moms?
- 6** En ejendoms vurdering steg et år med 20% til 2,5 mio. kr.
To år efter faldt vurderingen med 20%
- Hvad var vurderingen inden den første stigning?
 - Hvad blev vurderingen to år efter?
 - Forklar hvorfor de to vurderinger ikke er lige store, selvom procenterne er ens.
- 7** En kommunes skatteprocent var blevet sat op til 21,8.
Kommunen regnede dermed at få 5% mere i skat fra borgerne.
- Hvad var skatteprocenten inden stigningen?
 - Forklar hvorfor man ikke bare kan trække 5% fra 21,8%
- 8** Ved et folketingsvalg fik et parti 5,8% af stemmerne og det var 25% færre stemmer end ved det forrige valg.
- Hvor mange procent af stemmerne fik partiet ved det forrige valg?

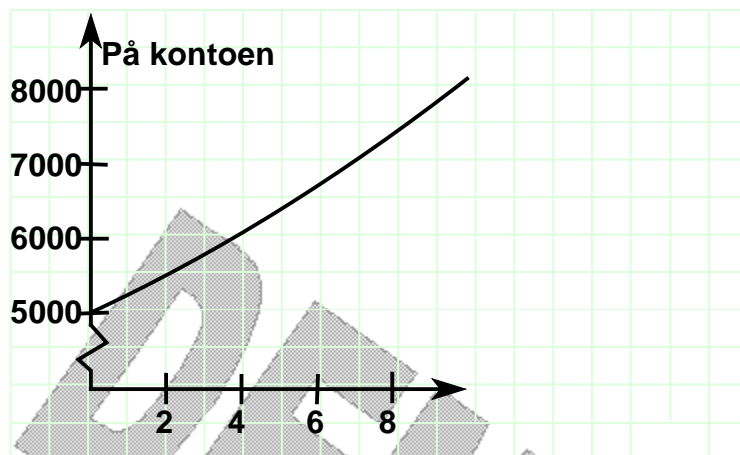
Procentvis vækst

Eksempel 1:

Du har tænkt dig at sætte 5.000 kr. på en bankkonto og lade dem stå urørt i 10 år. Banken lader dine penge vokse med 5% pr. år.

Du vil regne ud, hvad der vil stå på kontoen gennem de næste 10 år og vil vise væksten i et koordinatsystem.

Indsat:	= 5.000,00 kr.
Rente 1. år: $5.000 \cdot 5\%$	= 250,00 kr.
Efter 1. år:	= 5.250,00 kr.
Rente 2. år: $5.250 \cdot 5\%$	= 262,50 kr.
osv....	



Forklaring:

Ved procentvis vækst bliver tilvæksten større og større. Den nye størrelse kan beregnes sådan:

- udregn tilvæksten ved at gange med vækstprocenten og læg så tilvæksten til den oprindelige størrelse.

- 1 Efter overenskomst-forhandlinger blev det aftalt, at timelønnen i et lønområde skulle stige med 2% pr. år igennem tre år. Timelønnen var inden den skulle stige på 85,10 kr.

- Beregn timelønnen hvert af de tre år.
- Vis udviklingen i et koordinatsystem.

- 2** Folketallet i Kina steg i 1980-erne med 1,5% pr. år.
I 1980 var der 1.038 mio. indbyggere.
- Vis udviklingen frem til i dag i et koordinatsystem.
- 3** Priserne på varer og tjenester stiger i disse år med ca. 2% pr. år.
På almindelige opsparingskonti i banken kan man få ca. 4% i rente pr. år, og af renterne skal man betale op til 60% i skat.
- Hvad vil en vare, der i år koster 100 kr. koste om 5 år?
 - Hvad vil 100 kr. indsat på en bankkonto blive til efter fem år?
- 4** I en havn havde man erfaring for, at når vinden kom fra en bestemt retning og blæste med en styrke på 10 m/sek, så steg vandstanden i havnen med 10% for hver time det blæste.
Normalvandstanden ved en af kajerne var 5 m.
- Hvor mange timer kan det blæse, før vandstanden overstiger 7 meter?
- 5** Bøgetræ, der vokser under ensartede vejrforhold, har en årlig tilvækst i vægten af stammen på 35% om året i træets 10 første leveår.
Et nyplantede bøgetræ regnes for at have en stamme, der vejer 5 kg.
- Hvornår vil stammen veje 50 kg?
 - Hvad vil den veje efter 10 år?
- 6** I en byplan for en større provinsby kunne man læse, at hvis byens forretningsliv skulle kunne bevares, så skulle befolkningen stige fra 8.000 indbyggere til 10.000 indbyggere indenfor de næste 5 år.
Byen havde i årene op til dette tidspunkt haft en vækst på 5% pr. år.
- Vil man nå de 10.000 indbyggere om fem år?

Eksempel 2:

Du vil på én gang udregne, hvor meget 5.000 kr. bliver til, hvis banken giver 5% i rente pr. år og pengene står på kontoen i 10 år. Du bruger formlen:

Den nye størrelse: S_n

Den oprindelige størrelse: S_0

Vækst-procenten: a

Antallet af vækster: n

$$S_n = S_0(1 + a)^n$$

$$\text{Ny størrelse: } 5.000 \cdot (1 + 5\%)^{10} = 8.144,47 \text{ kr.}$$

Forklaring:

Formlen herover kaldes for vækst-formlen og kan bruges i alle de situationer, hvor væksten foregår med en fast procentsats.

Udtrykket $(1 + a)^n$ kan enten udregnes med lommeregner. Det kræver at den har en tast til dette (se side 25 om brug af lommeregner i vækstregning).

Man kan også bruge tabellen, der står i dette hæfte fra side 27.

- 1** Du opretter en bankkonto til dit nyfødte barn og indsætter 2.000 kr. Banken giver 5% i rente pr. år og indsætter renterne på kontoen.
 - Brug formlen for vækst og din lommeregner til at finde hvor meget, der vil stå på kontoen når dit barn fylder 18 år.
- 2** I årene fra 1750 til 1800 voksede Danmarks befolkning med 1,5% pr. år. I 1750 var der 713.000 indbyggere.
 - Find i tabellen der står fra side 27 værdien af $(1 + 1,5\%)^{50}$.
 - Hvad var befolkningstallet i 1800?

- 3** Du har arvet 50.000 kr. og vil sætte dem i banken, med det formål at hæve dem om 10 år.
Banken giver 4% i rente pr. år.
- Brug lommeregner eller tabel til at finde, hvad der står på kontoen efter 10 år.
- 4** I forårs månederne øges vandstrømningen i vandløbene i Norge og Sverige.
Man regner med, at når tøbruddet sætter ind, øges vandstrømningen med 10% pr. dag.
I en elv, der ledes gennem et vandkraftværk, strømmede på det tidspunkt tøbruddet satte ind, 1 mio. liter i minuttet.
- Hvor meget vand strømmede igennem kraftværket 30 dage senere?
- 5** I starten af et nyplantet grantræs vækst vokser det med cirka 20% om året.
- Hvor højt vil et træ, der nu er 50 cm, være om 5 år?
 - Hvor højt ville det være om 50 år, hvis væksten blev ved med at være 20% pr. år?
- 6** I midten af 80-erne steg danskernes forbrug af okse- og kalvekød med 5% pr. år.
I 1984 var forbruget på 67,4 mio. kg. pr. år.
- Hvis udviklingen fortsætter, hvor stort vil forbruget så blive i år 2.000?
- 7** Antallet af familier, der har en computer i hjemmet steg i starten af 90-erne med 25% om året.
Danmarks statistik gjorde sidste gang tallet op i 1994, og da havde 328.000 familier en computer.
- Hvor mange familier må man regne med har computer i dag?
 - Hvor stort et salg kan computerbranchen regne med næste år?

Eksempel 3:

Du har læst at den gennemsnitlige timeløn for faglærte arbejdere i industrien steg fra 78,20 kr. i 1982 til at være 128,80 kr. i 1992.

Du vil regne ud, hvilken årlig procentvis vækst dette har svaret til.

Hver 1-kr. er vokset til: $128,80 : 78,20 = 1,64706$

Ved opslag i tabellen der står fra side 20 ser du, at dette cirka svarer til en årlig vækst på 10 år med 5% pr. år.

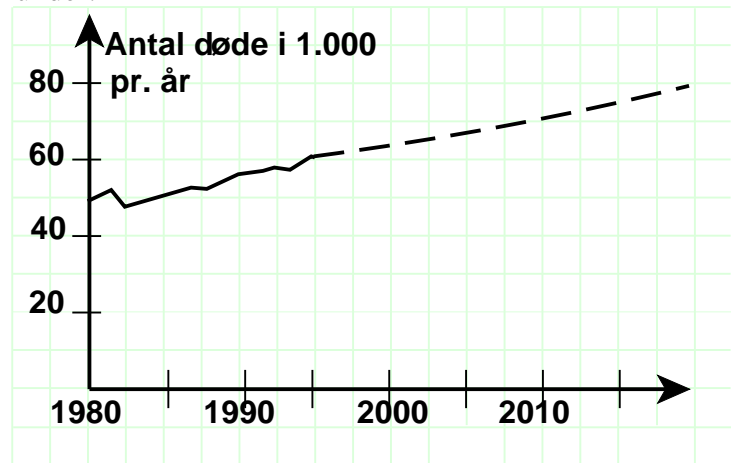
Forklaring:

Her kender man den oprindelige størrelse og slutstørrelsen samt antallet af vækstperioder (år) men ikke procenten.

Tabellen kan bruges til at finde procenten. Først udregnes hvad 1 er vokset til. Dernæst går man ind i tabellen ud for det antal vækstperioder (10 år), der er tale om og går vandret ind i tabellen, indtil man finder det tal, der ligger tættest på ens eget tal.

- 1** I perioden fra 1984 til 1994 steg den gennemsnitlige indkomst for Danmarks indbyggere fra at være hvad der svarede til 10.990\$ til at svare til 26.154\$.
I samme periode steg den gennemsnitlige indkomst i Irland fra 5.520\$ til 14.244\$.
 - Find vækstprocent for indkomsten i Danmark og i Irland.
 - Brug vækstprocenterne til at forudsige indkomsterne i de to lande i år 2000.
- 2** Prisen for en kommunal dagpleje plads var i 1984 i gennemsnit 935 kr. pr. måned og 1.434 kr. i 1994.
I samme periode var den gennemsnitlige årlige lønstigningstakt på 5,2%.
 - Har lønstigningerne kunnet følge med stigningen på prisen for en dagplejeplads?

- 3 I en bog fra Danmarks Statistik har du set en tegning som den herunder:



- Hvilken årlig vækstprocent er der regnet med for perioden fra 1995 til 2020?
- 4 Det offentlige udgifter til sociale ydelser steg i perioden fra 1985 til 1995 fra at være 166,4 mia. kr. til at være 316,7 mia. kr.
- Hvilken årlig vækstprocent svarer dette til?
 - Hvad vil udgifterne være i år 2010, hvis udviklingen fortsætter?

- 5 Tabellen herunder viser værdien af industriens produktion.

Industriens produktion mia. kr.

1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
296	316	327	336	347	333	352	365

- Hvilken årlig vækstprocent svarer udviklingen fra 1988 til 1995 til?
- Er udviklingen sket med en fast procentvis vækst?

Negativ procentvis vækst

Eksempel 1:

Du har læst en prognose for udviklingen i antallet af fødte børn i Danmark. I 1995 blev der født 69.689 børn og prognosen siger at der skal regnes med et årligt fald i dette på 1,5% i perioden frem til år 2010.

Du vil finde, hvor mange man regner med, der bliver født i 2010.

$$\begin{aligned} \text{Fødte i 2010: } 69.689 \cdot (1 - 1,5\%)^{15} &= \\ &= 69.689 \cdot 0,985^{15} = 55.553 \end{aligned}$$

Forklaring:

Man bruger også vækstformlen ved negativ vækst. I stedet for at lægge vækstprocenten til 1 trækker man den da fra 1.

Væksttabellen der står fra side 20 kan ikke bruges til negativ vækst, og man er derfor nødt til at bruge lommeregner. Har man ikke en tast med x^y er man nødt til at regne potensstallet ud ved at bruge gange-tasten. Fx skulle man i eksemplet gange 69.689 med 0,985, 15 gange efter hinanden.

- 1 I et nybygget hus er der et vist indhold i luften af det radioaktive stof Radon.
Mængden af Radon falder med ca. 17% i døgnet.
 - Hvor meget Radon er der tilbage af 10 gram efter 5 døgn?
- 2 Man regner med at det nødvendige befolkningsunderlag for en dagligvareforretning er 500 personer.
I en by var der 800 personer men antallet var de seneste år faldet med 5% pr. år.
 - Hvor mange år vil der gå før befolkningstallet falder til under 500?

3 Når medicin er optaget i kroppen nedbrydes det. Tempoet afhænger af hvilken type, der er tale om og oplyses i lægemiddelkataloger.
Medikamentet Thycapsol nedbrydes med 50% pr. døgn.
Thycapsol indtages i doser af 5 mg.

- Hvor meget er der tilbage i kroppen 5 dage efter, man har taget en dosis Thycapsol?

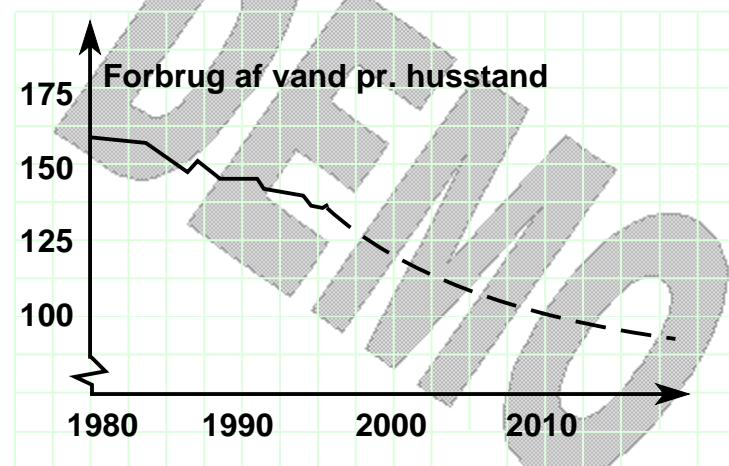
4 Forbruget af sødmælk har været faldende i de senere år. Tabellen herunder viser udviklingen:

Forbrug af sødmælk i millioner kg.

1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
268	257	242	231	226	225	221	223

- Find det procentvise fald fra 1987 til 1988.
- Er forbruget af sødmælk faldet med den samme procentdel pr. år igennem hele perioden?

5 I en avis har du set en tegning som den herunder.



- Hvilken negativ vækstprocent er der regnet med for årene 1997 - 2020?