

brikkerne til
regning & matematik

penge, rente og valuta

F+E+D

UENLIG

preben bernitt

brikkerne

til

regning & matematik

penge, rente og valuta, F+E+D

ISBN: 978-87-92488-14-5

1. Udgave som E-bog

© 2010 by bernitt-matematik.dk

Kopiering er kun tilladt efter aftale med
bernitt-matematik.dk.

Læs nærmere om dette på

www.bernitt-matematik.dk

eller kontakt nedenstående adresse.

DEMO

bernitt-matematik.dk

mail@bernitt-matematik.dk

Fjordvej 6

4300 Holbæk

Forord

Hæftet er et af ni, der er udarbejdet til undervisning på VUC på niveauerne F+E+D og dette hæfte indeholder et bud på *supplerende* stof vedrørende lån, opsparing, værdipapirer og valuta. Hæftet kan anvendes, når man finder det passende i forhold til kursisternes arbejde med dagligdaags problemstillinger.

Dette er en *beta-udgave*, der er udarbejdet med baggrund i den vejledning om undervisning på VUC, der udkom i 2009. I forhold til de faglige krav, der viser sig at blive stillet ved de fremtidige skriftlige prøver efter trin D kan der være fag-indhold, der mangler og der kan være fag-indhold, der senere viser sig ikke er være relevant.

bernit-matematik.dk fralægger sig ethvert ansvar for eventuelle følger af at anvende hæftet.

Siderne i hvert kapitel er opdelt, således, at først forklares og vises med eksempler og derefter er der opgaver. Hvis man kan se, at man uden besvær kan løse opgaverne, kan man springe dem over.

Fra side 26 er en facitliste med forslag til løsninger.

Simpel rente

Eksempel 1:

Du har 50.000 kr. på en bankkonto fra den 15/7 til den 31/10. Banken giver 3% p. a. i rente med helårlig rentetilskrivning. Du vil regne renten ud.

$$\text{Rente: } 50.000 \cdot 3\% : 365 \cdot 108 = 443,84 \text{ kr.}$$

Forklaring:

Har man penge stående på en konto i en del af en renteperiode får man kun en del af renten.

Man finder renten ved at bruge følgende formel:

Rente: R

Indestående kapital: K

Rentesats: r

Renteperiodens (terminens) længde i dage: T

Antal dage kapitalen indestår: n

$$R = K \cdot r : T \cdot n$$

NB:

Hvis lommeregneren ikke har en procenttast skal man omsætte procenttallet til decimaltal ved at dele med 100.

- 1 Du har haft 8.500 kr. stående i banken i 25 dage.
Banken giver 4% p. a. i rente med helårlig rentetilskrivning.
 - Hvor meget vil du få i rente?
- 2 Du har indsat 12.000 kr. på en konto den 4/5.
Banken giver 3,5% p. a. med rentetilskrivning den 31/12.
 - Hvor meget vil du få i rente?
 - Hvad vil der stå på kontoen efter rentetilskrivningen?
- 3 Du har 45.000 kr. stående fra den 1. juli til den 15. august.
Banken giver 3,5% p. a. i rente.
 - Hvad vil du få i rente på rentetilskrivningsdagen?

Eksempel 2:

Du sparer op ved at indbetale 500 kr. hver måned.
Renten er 2% p. a. med helårlig rentetilskrivning.
Du vil regne ud, hvor meget du har stående på kontoen efter rentetilskrivningen.

Brug tabellen på side 29. Her ser du at 1 kr. indbetalt 12 gange vil blive til 12,1300 kr. med en rente på 2%.
Din opsparing: $12,1300 \cdot 500 = 606,50$ kr.

Forklaring:

Den første indbetaling står på kontoen et helt år, den anden kun i 11 måneder, den tredje kun i 10 osv.
At regne den samlede rente ud består på den måde af 12 regnestykker. I stedet for kan man bruge tabellen, der på side 29.

- 1** Du indbetaler hver måned 150 kr. på en konto, der giver 4% p. a. med helårlig rentetilskrivning.
 - Hvad vil der stå på kontoen efter et år?
 - Hvad har du fået i rente?
- 2** Du indbetaler hver måned 350 kr. på en konto. Banken beregner rente på kontoen hvert kvartal med 1,5%.
 - Hvad vil der stå på kontoen efter et kvartal?
- 3** Du afdrager på et lån ved at indbetale 550 kr. hver måned. Banken beregner rente hvert kvartal med 3,5%.
 - Hvilken værdi har dine indbetalinger, når der beregnes rente første gang?
- 4** Igennem et år har du indbetalt 1.000 kr. om måneden på en konto, der giver 6% p. a. i rente.
 - Hvad vil du få i rente?

Sammensat rente

Eksempel 1:

Du betaler 5.000 kr. på en konto på dit barns fødedag.
Du regner med, at banken giver 4% p. a. i rente.
Du vil regne ud, hvad der står på kontoen 18 år efter.

$$\begin{aligned} \text{Indestående: } & 5.000 \cdot (1 + 4\%)^{18} = \\ & 5.000 \cdot 1,04^{18} = \\ & 5.000 \cdot 2,025817 = 10.129,08 \text{ kr.} \end{aligned}$$

Forklaring:

Har man pengene stående i flere terminer efter hinanden, får man også rente af renterne fra tidligere terminer. Man kalder dette for sammensat rente.
Indestående kan beregnes ved hjælp af denne formel:

K_n : Kapital efter n terminer

K_0 : Kapital ved start

Rentesats pr. termin: r

Antal terminer: n

$$K_n = K_0(1 + r)^n$$

I tabellen, der starter på side 30, kan man se størrelsen på $(1 + r)^n$.

Man kan også bruge x^y tasten på lommeregneren.

- 1 Du vil lade 4.000 kr. stå urørt på en konto i 10 år.
Banken giver 4% p. a. i rente.
 - Brug tabellen til at finde hvad der er på kontoen?
- 2 Du har 5.000 kr. stående på en konto, der giver rente hvert kvartal med 2%. Pengene står i 5 år.
 - Brug lommeregner til at finde hvad der er på kontoen.
- 3 Du har haft 2.500 kr. stående på en konto i 4 år.
Kontoen giver 4% p. a. i rente.
 - Hvad vil du i alt få i rente?

Eksempel 2:

Du vil finde ud af, hvor meget du skal indsætte på en konto, der giver 5% p. a. i rente, for at du 10 år senere kan hæve 10.000 kr.

Hver indsat 1 kr. bliver til: $(1 + 5\%)^{10} = 1,628895$ kr.
Der skal indsættes: $10.000 : 1,628895 = 6.139,13$ kr.

Forklaring:

Med lommeregner eller tabel kan man finde, hvad 1 kr. bliver til, når man kender rentesats og antal terminer. Ved at dividere slutkapitalen med dette tal kan man finde, hvad startkapitalen skal være.

- 1** Du vil indsætte så meget på en konto, at du om 5 år kan hæve 5.000 kr.
Banken giver 5% p. a. på denne type konto.
 - Hvor meget skal du indsætte?
 - Hvor meget vil du få i rente igennem de 5 år?
- 2** Du vil give et barn en penge-gave ved dets fødsel.
Når barnet er 18 år, vil du have, at gaven har en værdi på 18.000 kr.
Banken giver nu 6% i rente på denne type konto.
 - Hvor meget skal du give?
- 3** Du har modtaget 12.000 kr. i overarbejdsbetaling og sætter dem ind på en konto, der giver 4% i rente.
Du regner med at hæve dem om 4 år.
 - Hvor meget vil du kunne hæve?
- 4** Du kender en pensionist, der har gemt 100.000 kr. under gulvtæppet, og dér har de ligget i 10 år.
I banken kunne man få 7% p. a. i rente.
 - Hvad kunne der være tjent i renter?

Eksempel 3:

Du vil finde ud af til hvilken årlig rente-procent, du skal anbringe 5.000 kr. for at de på 10 år kan blive til 12.000 kr.

Hver 1 kr. skal vokse til: $12.000 : 5.000 = 2,40$ kr.
I tabellen der starter på side 30 læses svaret: = ca. 9%

Forklaring:

Ved at lave opgaven om til at handle om at sætte 1 kr. i banken kan man bruge tabellen.

I eksemplet kender man antallet af terminer. Man finder dette tal til venstre for tabellen og går vandret ind i tabellen, indtil man finder det tal, der ligger tættest på ens eget tal.

- 1** Du har 5.000 kr., som du vil have forrentet gennem 5 år.
Du skal gerne kunne hæve mindst 6.000 kr. efter de 5 år.
 - Hvilken rentesats skal du mindst have?
- 2** Du vil undersøge, om det kan lade sig gøre at få sin formue fordoblet på 20 år, hvis renten er 3% pr. år.
 - Kan det lade sig gøre?
 - Hvad skal procenten være, for at det kan lade sig gøre?
- 3** En bekendt tilbyder dig at låne 5.000 kr. i 3 år.
Han tilbyder, at du kan betale lånet tilbage med 6.000 kr. efter de tre år.
 - Hvilken rentesats svarer dette til?
- 4** Din pensionskasse reklamerer med, at din indbetaling forrentes med minimum 4% p. a.
Du har for 20 år siden indbetalt 6.500 kr.
Nu får du udbetalt 19.535 kr.
 - Hvad har forrentningen været?

Eksempel 4:

Du vil finde ud af, hvor længe 5.000 kr. skal stå i banken for at blive til 8.000 kr. med en rentesats på 4% p. a. med helårlig rentetilskrivning.

Hver 1 kr. skal vokse til: $8.000 : 5.000 = 1,60$ kr.
I tabellen der starter på side 30 læses svaret: = 12 år

Forklaring:

Her ved man, hvad 1 kr. skal vokse til, og hvad procenten er. Ved at finde procenten i rækken over tabellen og gå ned, til man kommer så tæt som muligt på tallet, kan man finde antallet af terminer.

- 1** Du har 10.000 kr. i overskud, som du overvejer at sætte i banken.
Du ved, at du om nogle år skal købe en ny bil, og at udbetalingen til dette er minimum 25.000 kr.
Banken tilbyder dig 6% i rente..
 - Hvor længe vil der gå før du har 25.000 kr?

- 2** Du har en stor gæld, som du ikke har været i stand til at afdrage på.
Gælden var oprindeligt på 400.000 kr. og den forrentes med 10% p. a.
Du ved, at du kan få gældssanering, når gælden kommer op på 1 million kr. (Gældssanering er en aftale, man laver med den man skylder penge om, at gælden nedsættes mod, at man begynder at afdrage på den).
 - Hvornår kan du få gældssanering?

- 3** Du har 45.000 kr. i overskud fra salg af din bil.
Du vil sætte pengene i banken og først hæve dem, når der står 60.000 kr. på kontoen.
Banken giver 5% i rente pr. år.
 - Hvor mange år vil der gå, før du kan hæve 60.000 kr.?

Rentesatser

Eksempel 1:

En forretning tilbyder dig at låne penge til en nominel rente på 18% p. a. og med månedlig rentetilskrivning med 1,5% pr. måned.

Du vil udregne den årlige effektive rente.

$$\begin{aligned} 1 \text{ kr. vil på et år vokse til: } & 1 \cdot (1 + 1,5\%)^{12} = 1,196 \\ \text{Heraf renter:} & 1,196 - 1 = 0,196 \\ \text{Renter i \%:} & 0,196 \cdot 100\% = 19,6\% \end{aligned}$$

Forklaring:

Den nominelle rente er den rentesats, man får oplyst. Tilskrives der renter hyppigere end én gang om året - fx hver måned - er den reelle rentesats dog større, fordi der skal betales renter af de tidligere renter.

Den reelle rentesats kaldes for den årlige effektive rente.

Man udregner den ved at lade 1 kr. blive forrentet i et år med den rentesats man kender.

Derefter finder man renten og til sidst hvor mange procent denne udgør af 1 kr.

- 1 Dit elselskab skriver, at de kræver 2% pr. måned, hvis du ikke betaler elregningen til tiden.
 - Hvad er den effektive rente pr. år?
- 2 Du har lån i din ejerlejlighed.

Lånet er angivet til at have en nominel rente på 8% p. a. Du ved, at der tilskrives renter hvert kvartal med 2% hver gang.

 - Hvad er den effektive rente pr. år?
- 3 Banken tilbyder dig et lån med 14% p. a. i nominel rente. Der tilskrives renter hvert kvartal.
 - Hvor mange procent tilskrives hvert kvartal?
 - Hvad er den effektive rente?

Eksempel 2:

Du får et tilbud om at låne 30.000 kr., som skal betales tilbage over 5 år med 750 kr. hver måned.

Du vil finde de gennemsnitlige kreditomkostningerne i procent pr. år.

Betaling i alt: $750 \cdot 12 \cdot 5 = 45.000$ kr.

Kreditomkostninger: $45.000 - 30.000 = 15.000$ kr.

I procent af lånet: $15.000 : 30.000 \cdot 100\% = 50\%$

Pr. år: $50\% : 5 = 10\%$

Forklaring:

Når man låner penge, betaler man ofte forskellige gebyrer for oprettelse af lånet, kontoudskrifter m. v.

Når man skal sammenligne to lån, er det altså ikke nok at se på rentesatsen.

Et godt mål for hvad lånet kommer til at koste er de gennemsnitlige kreditomkostninger i procent pr. år.

Kreditomkostninger beregner man ved at trække lånets størrelse fra det, man i alt kommer til at betale.

De gennemsnitlige kreditomkostninger i % pr. år finder man ved at udregne, hvor mange procent kreditomkostningerne udgør af lånets størrelse og derefter dele med antallet af år.

- 1** Du har fået tilbudt at låne 15.000 kr., som du skal betale tilbage med 450 kr. pr. måned i 5 år.
 - Hvor meget kommer du til at betale i alt?
 - Hvad er de samlede kreditomkostninger?
 - Hvad er de gennemsnitlige kreditomkostninger i procent pr. år?
- 2** Du har lånt 20.000 kr. i banken.
Du skal betale 750 kr. pr. måned i 4 år.
 - Hvad er de gennemsnitlige årlige kreditomkostninger i procent pr. år

Opsparings formlen

Eksempel 1:

Du vil spare op ved at indbetale 2.000 kr. hvert år på rentetilskrivningsdagen. Banken giver 3,5% p. a. i rente.

Du vil udregne den samlede opsparing efter 10 år.

$$\text{Opsparing: } 2.000 \cdot \left(\frac{1 + 3,5\%}{1} \right)^{10} - 1 = 23.462,79 \text{ kr.}$$

Forklaring:

Opsparings formlen kan bruges til at regne ud, hvad den samlede opsparing bliver, når man indbetaler det samme beløb en række gange efter hinanden på rentetilskrivningsdagen. Formlen ser således ud:

Samlet opsparing: K

Ydelse pr. termin: y

Rente pr. termin: r

Antal terminer: n

$$K = y \cdot \left(\frac{1 + r}{1} \right)^n - 1$$

Hvis man bruger lommeregner, skal man starte med at udregne regneudtrykket over brøkstregen, dernæst dele med rentesatsen og til sidst gange med ydelsen.

Tabellen, der starter på side 32, kan også bruges. I den kan man se, hvad en ydelse på 1 kr. giver, når man kender rentesatsen og antallet af terminer.

- 1 Du har lavet en aftale med din bank om at betale 4.000 kr. hvert år på rentetilskrivningsdagen. Banken giver 6% i rente, og du betaler i 5 år.

- Brug tabellen til at finde din samlede opsparing.

- 2 Du har igennem 6 år hvert år indsat 2.000 kr. på en boligopsparingskonto. Indbetalingerne er sket på rentetilskrivningsdagen, og banken giver 5% i rente.

- Brug lommeregner til at finde din samlede opsparing.

Eksempel 2:

Du vil prøve at spare 50.000 kr. sammen ved at indbetale et fast årligt beløb igennem 10 år.

Banken tilbyder dig 6% p. a. i rente.

Du vil regne ud, hvad du skal indbetale pr. år.

Hver indsat 1 kr. giver: $\frac{(1+6\%)^{10}-1}{6\%} = 13,180795$ kr.

Der skal indsættes: $50.000 : 13,180795 = 3.793,40$ kr.

Forklaring:

Hvis man ved, hvor meget der skal spares op, hvor mange gange der skal indbetales og kender rentesatsen, kan man finde ydelsen sådan:

Først finder man, hvor stor en opsparing det giver at indbetale 1 kr. hver termin. Brug opsparingsformlen og lommeregner eller brug tabellen, der starter på side 32. Derefter deles den samlede opsparing med dette tal.

- 1** Du vil lave en boligopsparing ved at indbetale et fast årligt beløb på rentetilskrivningsdagen.
Du vil spare op igennem 5 år, og banken giver 6% i rente. Når de 5 år er gået, skal der være opsparat 25.000 kr.
 - Hvad skal din årlige ydelse være?
- 2** Du vil give et barn den fødselsgave, at du hvert år, indtil barnet bliver 18, vil indbetale 1.000 kr. ved nytår. Banken tilskriver rente ved nytår med 5%.
 - Hvor meget vil barnet kunne hæve?
 - Hvor meget har banken i alt givet i renter?
- 3** Du vil gerne spare 50.000 kr. op over 8 år.
Du har råd til at betale 5.000 kr. om året og banken vil give dig 4% i rente.
 - Kan det lade sig gøre?

Eksempel 3:

Du vil opspare 25.000 kr. ved at indbetale 3.000 kr. hvert år på en spærret konto.

Banken giver 6% p. a. i rente med helårlig rentetilskrivning.

Du vil finde ud af, hvor mange år der vil gå.

Hver 1 kr. skal blive til: $25.000 : 3.000 = 8,33$ kr.

I tabellen, der starter på side 32, læses svaret:= 7 år

Forklaring:

Hvis man ved, hvor meget der skal spares op, hvor stor ydelsen er og kender rentesatsen, kan man finde det antal terminer, der vil gå sådan:

Først regner man ud, hvad en årlig ydelse på 1 kr. skal give i samlet opsparing.

Derefter finder man rentesatsen i tabellen, der starter på side 32, og går lodret ned, indtil man kommer så tæt på dette tal som muligt. Vandret ud for dette tal kan man finde antallet af indbetalinger.

- 1** Du vil indsætte 2.500 kr. hvert år, indtil du har opsparet 25.000 kr..
Banken giver 4% i rente.
 - Hvor lang tid vil det tage?

- 2** Du har en drøm om at kunne købe en båd, der koster 55.000 kr. kontant.
Du har råd til at indbetale 5.000 kr. om året.
Banken giver 6% i rente pr. år.
 - Hvornår kan du få din drøm opfyldt?

- 3** Du betaler 2.000 kr. hvert år på en opsparingskonto, der giver 3% i rente pr år.
 - Hvornår har du en samlet opsparing på 15.000 kr.?

Eksempel 4:

Du laver en aftale om opsparing med en bank. Du betaler 350 kr. hver måned. Banken giver 5% p. a. i rente med helårlig rentetilskrivning.

Du vil regne ud, hvad der står på kontoen efter 5 år.

Indbetalingernes værdi ved rentetilskrivningen:

Tabellen fra side 29: $350 \cdot 12,3250 = 4.313,75$ kr.

Opsparing: $4313,75 \cdot \left(1 + \frac{5\%}{12}\right)^{60} = 23.836,19$ kr.

Forklaring:

Når man betaler hyppigere end banken tilskrives renter, skal man først finde indbetalingernes værdi (som i eksemplet på side 5). Brug tabellen på side 29.

Dette tal er den årlige ydelse. Hvis man bruger lommeregner, er det dette tal, der skal indsættes i opsparingsformlen. Brugertabel, skal man gange tabellens tal med dette tal.

- 1** Du betaler 200 kr. om måneden gennem 5 år på en opsparingskonto, der giver 4% p. a. med helårlig rentetilskrivning.
Du laver den første indbetaling på rentetilskrivningsdagen.
 - Hvilken værdi har et års indbetalinger på rentetilskrivningsdagen?
 - Hvor meget har du i alt sparet op efter de 5 år?
- 2** Du betaler 100 kr. om måneden på en børneopsparingskonto, der giver 5% p. a. i rente.
Banken beregner rente den 31/12, og du startede med at indbetale den 31/12 det år, barnet blev født.
 - Hvor meget kan barnet hæve den 31/12, det år det fylder 18?
 - Hvor meget har banken givet i renter gennem de 18 år?

Serielån

Eksempel 1:

Du har optaget et serielån med en oprindelig hovedstol på 100.000 kr.

Lånet forrentes med 8% p. a. med kvartårlig rentetilskrivning, og løbetiden er 10 år (40 terminer).

Du vil regne ud, hvad ydelsen bliver den 1. og 2. termin.

Hovedstol: $= 100.000,00$ kr.

Renter 1. termin: $100.000 \cdot 8\% : 4 = 2.000,00$ kr.

Afdrag 1. termin: $100.000 : 40 = 2.500,00$ kr.

Ydelse 1. termin: $2.000 + 2.500 = 4.500,00$ kr.

Ny restgæld: $100.000 - 2.500 = 97.500,00$ kr.

Afdrag 2. termin: $100.000 : 40 = 2.500,00$ kr.

Rente 2. termin: $97.500 \cdot 8\% : 4 = 1.950,00$ kr.

Ydelse 2. termin: $1.950 + 2.500 = 4.450,00$ kr.

Forklaring:

Ved lån er der fem begreber, man skal kende:

Løbetid: Det antal år lånet skal afdrages over.

Hovedstol: Det oprindelige lånebeløb.

Renter: De renter, der skal betales af hovedstolen.

Afdrag: Det man betaler for at gøre lånet mindre.

Ydelse: Det man betaler i alt: renter og afdrag.

Ved den type lån, der hedder serielån, betales et fast afdrag hver termin samt de renter, der skal betales af den hovedstol, der har været i terminen.

Da renterne bliver mindre efterhånden som gælden bliver mindre og mindre, vil ydelsen falde.

1 Du har optaget et serielån med en hovedstol på 200.000 kr.

Renten er 8% p. a. med kvartårlig rentetilskrivning og kvartårlig ydelse.

Lånet har en løbetid på 20 år.

- Hvad vil ydelsen være den første termin?

Eksempel 2:

Du vil regne ud, hvad din ydelse efter skat (nettoydelser) er den 1. termin på lånet fra eksempel 1. Din skatteprocent er 48.

$$\begin{array}{lcl} \text{Skattebesparelse:} & 2.000 \cdot 48\% & = 960,00 \text{ kr.} \\ \text{Nettoydelser:} & 4.500 - 960 & = 3.540,00 \text{ kr.} \end{array}$$

Forklaring:

Renteudgifter trækkes fra ens indkomst, inden der beregnes skat. Man får dermed en skattebesparelse, når man har renteudgifter.

Man finder skattebesparelsen ved at gange renteudgifterne med ens skatteprocent.

Når man trækker skattebesparelsen fra ydelser, får man det, man kalder nettoydelser: det lånet koster én netto.

- 1** Du har optaget et serielån på 50.000 kr. Renten er 9% med kvartårlig rentetilskrivning og kvartårlige ydelser. Løbetiden er fastsat til 10 år og din skatteprocent er 48.
 - Find renter, afdrag, ydelse, skattebesparelse og nettoydelser den 1. termin.
 - Gør det samme for den 2. termin.
 - Hvad sker der med nettoydelser fra 1. til 2. termin?

- 2** Det samme lån som i opgave 2:
Hovedstol 50.000 kr., nominel rente 9% p. a. med kvartårlige terminer. Løbetid: 10 år.
 - Hvor stor vil restgælden være i den sidste termin?
 - Hvad vil renterne og ydelserne være den sidste termin?
 - Hvad vil nettoydelserne være den sidste termin?

- 3** Du overvejer at låne 100.000 kr. Lånet er et serielån med nominel rente på 7%, kvartårlige terminer og 30 års løbetid. Din skatteprocent er 48.
 - Find nettoydelser den første termin.
 - Find nettoydelser den sidste termin.

Annuitetslån

Eksempel 1:

Du vil optage et annuitetslån med en hovedstol på 60.000 kr. Lånet forrentes med 8% p.a. med kvartårlige terminer, og løbetiden er 10 år. Du vil beregne ydelsen.

$$\text{Ydelse: } 60.000 \cdot \frac{0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-40}} = 2.193,34 \text{ kr.}$$

Forklaring:

Annuitetslån er lån, hvor ydelsen (annuiteterne) har den samme størrelse gennem hele løbetiden. Det kan lade sig gøre, ved at man i starten, hvor renterne er store, betaler små afdrag for efterhånden at sætte afdragene op.

Ydelsen på et annuitetslån kan beregnes med formlen:

Ydelse pr. termin: Y

Hovedstol: H

Rentesats pr. termin: r

Antal terminer: n

$$Y = H \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

Hvis man bruger lommeregner, skal man starte med at udregne regneudtrykket under brøkstregen, dernæst dele rentesatsen med dette tal og til sidst gange med hovedstolen.

Tabellen, der starter på side 34, kan også bruges. I den kan man se, hvad ydelsen er på en hovedstol på 1 kr., når man kender rentesatsen og antallet af terminer.

- 1 Du vil optage et annuitetslån på 400.000 kr. Renten er 8% p. a. med kvartårlige terminer og en løbetid på 30 år.
 - Find ydelsen ved at bruge tabellen fra side 34.
- 2 Du vil optage et annuitetslån på 650.000 kr. Renten er 7% p. a. med kvartårlige terminer og en løbetid på 20 år.
 - Find ydelsen ved at bruge annuitetsformlen og din lommeregner.

Eksempel 2:

Du vil optage et annuitetslån. Du ved, at du har råd til at betale 2.000 kr. i ydelse hvert kvartal. Lånet er på 8% p. a. med kvartårlig rentetilskrivning og skal betales tilbage over 10 år.

Du vil finde ud af, hvor meget du kan låne.

Ydelse for lån på 1 kr.: $\frac{1}{1 + 2\%} = 0,036556$ kr.

Lån: $2.000 : 0,036556 = 54.710,96$ kr.

Forklaring:

Kender man ydelsen, rentesatsen og løbetiden, kan man udregne hovedstolen sådan:

Først udregner man med lommeregner eller tabel, hvor stor en ydelse, der skal til for at låne 1 kr.

Den fulde ydelse divideres derefter med dette tal.

- 1** Du vil optage et annuitetslån til at forny dit køkken. Du ved, at du har råd til en ydelse på 2.500 pr. kvartal. Du kan få et annuitetslån på 8% p. a. med løbetid på 10 år og med kvartårlige terminer.
 - Hvor meget kan du låne?
- 2** Du ved, at du kan låne penge i en forretning til en rente på 1,5% pr. måned, med ydelser hver måned og en løbetid på 5 år. Du regner med at have råd til at betale 250 kr. pr. måned.
 - Hvor meget kan du låne?
- 3** Du har brug for at låne 50.000 kr. og har 3.000 kr. til rådighed hvert kvartal til at betale ydelse med. Banken oplyser, at lån af denne type er annuitetslån med kvartårlige ydelser, rentesats 12% p. a. og løbetid på 5 år.
 - Har du råd til at låne 50.000 kr. på disse vilkår?
 - Hvor meget ville du kunne låne for en ydelse på 3.000 kr.?

Eksempel 3:

Du vil optage et annuitetslån med en hovedstol på 400.000 kr. Rentesatsen er 8% p. a. med kvartårlig tilskrivning og afdragstiden er 20 år.

Du vil udregne din netto-ydelse den 1. termin (ydelse efter skattebesparelse).

Din skatteprocent er 48.

$$\text{Ydelse: } 400.000 \cdot \frac{0,02}{1 - (1 - 0,02)^{20}} = 10.064,28 \text{ kr.}$$

$$\text{Renter 1. termin: } 400.000 \cdot 0,02 = 8.000,00 \text{ kr.}$$

$$\text{Skattebesparelse: } 8.000 \cdot 0,48 = 3.840,00 \text{ kr.}$$

$$\text{Nettoyedelse: } 10.064,28 - 3.840,00 = 6.224,28 \text{ kr.}$$

Forklaring:

På samme måde som forklaret ved serielån (se forklaringen side 16) er der en skattebesparelse ved at have renteudgifter. Beregning af nettoydelsen finder sted på samme måde som ved serielån.

Ved annuitetslån er ydelsen den faste gennem hele løbetiden, men fordi renterne falder vil nettoydelsen stige.

- 1 Du har planer om at købe en båd. Købet skal finansieres med et annuitetslån:

Hovedstol 220.000 kr., 10% p. a., kvartårlige terminer og løbetid på 10 år.

- Hvad bliver ydelsen?
- Hvor meget af denne er renter den 1. termin?
- Hvad sparer du i skat den 1. termin (skatteprocent: 48)?
- Hvad bliver din nettoydelse 1. termin?

- 2 Du har planer om at købe et hus, hvor der er følgende lån:

Nykredit: 550.000, 8%, kvartårlig, 30 år.

Pantebrev: 120.000, 9%, kvartårlig, 10 år.

- Hvad bliver den samlede ydelse?
- Hvor meget af dette er renter den 1. termin?
- Hvad sparer du i skat den 1. termin (skatteprocent: 48)?
- Hvad bliver din nettoydelse 1. termin?
- Hvor stor tror du, din nettoydelse bliver den sidste termin?

Eksempel 4:

Du vil optage et annuitetslån på 20.000 kr. i en bank. Lånet forrentes med 12% med kvartårlig tilskrivning. Banken vil have månedlige indbetalinger, og lånet skal afdrages over 5 år..

Du vil finde ydelsen pr. måned.

$$\text{Pr. kvartal: } 20.000 \cdot \left(\frac{1 + 3\%}{1 - (1 + 3\%)^{-20}} \right) = 1.344,31 \text{ kr.}$$

Indbetaling pr. måned, der har denne værdi:

$$\text{(Tabellen side 29): } 1.344,31 : 3,0600 = 439,32 \text{ kr.}$$

Du vælger at indbetale 440 kr. hver måned.

Forklaring:

Når man låner penge i en bank, skal man ofte betale ydelser hver måned, selvom banken kun tilskriver rente hvert kvartal. Man kan regne den månedlige ydelse ud sådan:

Først beregnes ydelsen pr. kvartal. Derefter finder man i tabellen på side 29, hvor stor en værdi det har at indbetale 1 kr. i 3 måneder, når renten er 3% pr. kvartal. Til sidst dividerer man ydelsen pr. kvartal med dette tal.

- 1** Du vil regne ud hvad det vil koste dig pr. måned at låne 45.000 kr. på følgende vilkår:
12% p. a. med kvartårlige terminer og løbetid på 4 år.
 - Hvad skal den kvartårlige ydelse være?
 - Hvad skal der indbetales hver måned?
- 2** En ven tilbyder dig at låne 20.000 kr. Du skal give ham 10% p.a. i rente med helårlig rentetilskrivning og løbetiden skal være 4 år.
Du skal betale på lånet hver måned.
 - Hvad skal den årlige ydelse være?
 - Hvad skal du betale hver måned?

Handel med værdipapirer

Eksempel:

Du vil den 1. august 1997 købe obligationer. Det drejer sig om 5 stk. 8%, 2.000 kr. obligationer med udløb år 2017. Købskursen er oplyst til at være 95,5.

Banken laver følgende oversigt til dig.

Kursværdi: $5 \cdot 2.000 \cdot 95,5\%$	=	9.550,00 kr.
Kurtage:	=	150,00 kr.
Renteudligning for 1/8 - 31/12		
153 dage: $10.000 \cdot 8\% : 365 \cdot 153$	=	335,34 kr.
I alt at betale:	=	10.035,34 kr.
Årlig rente: $10.000 \cdot 8\%$	=	800,00 kr.
Effektiv rente: $800 : 9.550 \cdot 100\%$	=	8,4%
Kursgevinst ved opsigelse af lån:		
$10.000 - 9.550$	=	450,00 kr.

Forklaring:

Kursen på obligationer og andre værdipapirer angiver hvor mange procent af papirets pålydende værdi, man skal betale.

Kursværdien er prisen for værdipapirene, og den findes ved at gange pålydende med kursen i procent.

Kurtage er bankens pris for at lave handelen.

Køber man obligationen på en anden dag end terminsdagen, skal man betale den tidligere ejer de renter, han er berettiget til for den periode, han har ejet dem. Renten beregnes som simpel rente (se forklaringen side 4).

Terminsdagene for de fleste obligationer er: 11/3, 11/6, 11/9 og 11/12.

Den årlige rente beregnes af den pålydende værdi.

Den effektive rente beregnes ved at dele den årlige rente med kursværdien og omsætte resultatet til procent.

Senest ved obligationernes udløb vil lånet blive opsagt, og man får udbetalt den pålydende værdi. Har man betalt mindre end pålydende, vil man dermed få en gevinst, der kaldes for kursgevinsten.

- 1** Du overvejer at bruge din opsparing til at købe obligationer. Du har 25.000 kr. til rådighed. I avisen kan du læse, at du kan købe følgende:

Stk. størrelse	Udløb	Nominal rente	Kurs
1.000	2017	8%	97,5

Du ved, at obligationerne har kvartårlig rentetilskrivning, og du vil handle på en terminsdag for at undgå renteudligning. Banken oplyser, at den tager 200 kr. i kurtage.

- Hvad skal du betale for at købe én obligation?
- Hvor mange obligationer kan du købe, og hvad vil det koste?
- Hvad vil din årlige rente blive?
- Hvad vil den effektive rente blive?
- Hvad vil kursgevinsten være, når obligationerne indfries?

- 2** Du køber 5 stk., 1.000 kr., 8% obligationer til kurs 95,6. Købet finder sted den 15/8.

- Hvad er kursværdien for obligationerne?
- Hvor mange rente dage skal du have rente for?
- Hvad skal du betale i renteudligning?

- 3** Du har købt 10 stk. 1.000 kr. obligationer til kurs 89,4. Du ser i avisen, at kursen er steget til 93,5 og overvejer, om du skal sælge dem på næste terminsdag. Du ved, at banken tager 200 kr. i kurtage både da du købte og når du vil sælge dine obligationer.

- Hvad har du betalt for at købe obligationerne?
- Hvad vil du få, hvis du sælger på næste terminsdag?

- 4** Du ejer 50 stk. 1.000 kr., 6% p.a. obligationer, som du er nødt til at sælge den 12/5. Banken skal have 500 kr. i kurtage, og kursen vil være 90,5.

- Hvad får du i renteudligning?
- Hvad får du i alt ud af at sælge obligationerne?

Handel med valuta

Eksempel 1:

Du vil veksle nogle Euro til kr. Bankens købskurs på Euro er 742,41 og du har 500 Euro.

Du vil regne ud hvad du vil få

$$\text{Pris: } 500 \cdot 742,32\% = 3.712,05 \text{ kr.}$$

Eksempel 2:

Du vil veksle 3.000 kr til Euro. Bankens salgskurs på D-mark er 742,41.

Du vil regne ud hvor mange D-mark du kan få.

$$\text{Pris: } 3.000 : 72,41\% = 4.040,89 \text{ Euro.}$$

Eksempel 3:

På et prisskilt står:

DKK:	135,00
€	17,00

Du vil regne ud hvilken kurs dette svarer til.

$$\text{Kurs: } 135,00 : 17 = 794,12$$

Forklaring:

Kursen på valuta angiver ligesom kursen på værdipapirer hvor mange procent, man skal betale af valutaens pålydende værdi.

Eksempel 1:

Man finder prisen for fremmed valuta ved at gange med kursen.

Eksempel 2:

Man finder den mængde fremmed valuta, man kan købe ved at dele med kursen.

Eksempel 3:

Man finder kursen ved at dele prisen i danske kr. med mængden af fremmed valuta og lave resultatet af dette om til procent.

- 1** Du vil veksle 150 Euro til danske kr..
Bankens købskurs på Euro er 740,40 og den tager 20 kr. i
vekselgebyr.
- Hvor mange kr. vil du få?
- 2** Du vil købe 2.500 US\$.
Bankens salgskurs på US\$ er 657,8, og banken tager 20 kr. i
vekselgebyr.
- Hvor meget skal du betale?
- 3** Du skal på biltur gennem Sverige til Norge, hvor du skal bo.
Du vil veksle, så du får for 2.000 kr. Sv-kr og for 10.000 kr.
N-kr.
Bankens salgskurs på Sv-kr 82,5 og på N-kr. 96,5.
- Hvor mange Sv-kr. og hvor mange N-kr. kan du få?
- 4** Du har taget danske penge med på en rejse til England.
Du veksler 500 kr. i en engelsk bank og får 45,5 £ for det.
Banken har taget 1 £ i vekselgebyr.
- Hvilken kurs har banken givet dig?
- 5** Du skal på rejse til Norge og har hjemme vekslet et beløb til
norske kr.
Vekselkursen var 96,5.
Du har også et beløb med i danske kr.
På færgen kan du betale både med norske og danske kr. Fx.
angives en flaske whisky at koste 120 Dkr og 125 Nkr.
- Vil du betale i danske eller norske kr?