

DEMO brikkerne til
regning & matematik

statistik og sandsynlighed

trin 1

preben bernitt

Køb hele hæftet og
Hjælp på www.bernitt-matematik.dk eller lånt gratis på www.eReolen.dk

DEMO

brikkerne

statistik og sandsynlighed 1

1. udgave som E-bog

ISBN: 978-87-92488-19-0

© 2004 by bernitt-matematik.dk®

Kopiering af denne bog er kun tilladt efter aftale med bernitt-matematik.dk

Læs nærmere om dette på www.bernitt-matematik.dk eller ved at kontakte:

bernitt-matematik.dk

mail@bernitt-matematik.dk

Fjordvej 6

4300 Holbæk

DEMO

Køb hele hæftet og få

Hjælp på www.bernitt-matematik.dk eller lån gratis på www.eReolen.dk

DEMO

DEMO

Til den, der skal bruge hæftet

Statistik bruges til at beskrive store talmængder på en overskuelig måde. Det kan være tal, der beskriver en udvikling f. eks. i befolkningens levevilkår. Med statistiks regnemetoder udregner man f. eks. nogle nøgletal, der beskriver udviklingen eller man tegner diagrammer, der gør udviklingen nemmere at overskue.

Hvor statistik bruges til at beskrive noget der har fundet sted er sandsynlighedsregning et fag, der beskæftiger sig med at forsøge at forudsige, hvad der vil ske.

Dette hæfte er lavet til den, der ikke har lært statistik og sandsynlighedsregning. Først lærer man selve begreberne at kende og dernæst lærer man, hvorledes man selv kan anvende dem.

For at kunne arbejde med dette hæfte skal man være fortrolig med almindelig regning og simpel procentregning. Det kan man blive ved at arbejde med hæftet: Tal og regning, Basis: De fire regningsarter. Man skal også kunne forstå grafer tegnet i koordinatsystemer. Det kan man blive med hæftet: Koordinatsystemer og skemaer, Basis.

I dette hæfte vises med eksempler, hvorledes man laver statistisk beskrivelse af talmaterialer og beregner sandsynligheder. Efter eksemplerne er der opgaver man skal løse.

Man behøver ikke løse alle opgaverne: Hvis man har forstået eksemplerne og kan se, at man uden problemer kan løse opgaverne, kan man springe dem over.

På side 23 er facitliste. Der kan man se forslag til løsninger.

På side 27 er samlet de begreber, regneregler og metoder, som arbejdet med hæftet indøver. Siderne kan også bruges som en indholdsfortegnelse til hæftet fordi der ved hver regel er en henvisning til, hvor i hæftet man kan læse mere.

Deskriptorer

Følgende deskriptorer (nøgletal) kan bruges til at beskrive et større talmateriale.

Mindsteværdi:	det mindste tal i talmaterialet
Størsteværdi:	det største tal i talmaterialet
Variation:	forskellen mellem størsteværdi og mindsteværdi
Middelværdi:	(gennemsnit) summen af tallene divideret med antallet af tal.
Typetal:	det tal, der optræder flest gange i materialet.

Eksempel: Tallene herunder er karakterer, der var givet ved en prøve.
7 8 8 9 7 10 9 11 8 7 8 6 10 9 8 10 8 9 9
Find mindsteværdi, størsteværdi, variation, middelværdi og typetal.

<i>Løsning:</i>	Mindsteværdi (laveste karakter):	=	6
	Størsteværdi (højeste karakter):	=	11
	Variation:	$11 - 6$	= 5
	Middelværdi:	$\frac{7+8+\dots+8+9+9}{20}$	= 8,5
	Typetal (den hyppigste karakter):	=	8

1. En række personer blev spurgt om hvor langt de havde til arbejde.

Svarene fremgår af tallene herunder:

6 km 12 km 3 km 35 km 10 km 4 km 6 km 40 km 32 km 0 km
5 km 3 km 16 km 11 km 38 km 1 km 10 km 5 km 11 km 4 km

Find:

- Mindsteværdi, størsteværdi og variation
- Middelværdi

2. I en avis kunne man læse følgende:

"1.024 interview med tilfældigt udvalgte personer vedrørende det antal timer de tilbragte foran fjernsynet pr. uge, viste meget store variationer. Som man kunne vente, var der nogle der aldrig så fjernsyn, mens den længste tid undersøgelsen registrerede var 40 timer. Det mest almindelige var at se fjernsyn i ca. 15 timer. I gennemsnit blev der kigget fjernsyn ca. 15 timer pr. uge."

- Angiv undersøgelsens mindsteværdi, middelværdi og variation.
- Angiv undersøgelsens typetal.

3. Følgende tal angiver nogle personers alder:
23 år 45 år 21 år 35 år 42 år 56 år 31 år 67 år 43 år 70 år 32 år
- Find den højeste alder, den laveste alder og aldersspredningen.
 - Find den gennemsnitlige alder.

4. To grupper blev udsat for den samme test.
Tabellerne herunder viser, hvor mange point personerne i hver gruppe fik.

Gruppe A					Gruppe B				
34	45	23	18	50	34	45	23	50	48
56	34	20	18	32	28	43	38	32	26
15	30	12	34	56	50	36	30	48	47

- Find mindsteværdi, størsteværdi og middelværdi for hver af de to grupper.

En tredje gruppe havde følgende testresultat:

Mindsteværdi: 17 Størsteværdi: 50 og middelværdi: 20

- Hvilken af grupperne A eller B lignede denne tredje gruppe mest?

5. I en opinionsundersøgelse skulle folk besvare følgende spørgsmål:

”Er betjeningen på posthuset god nok?”

”Giv en karakter fra 0 til og med 5!”

Svarene fremgår af følgende:

2 3 4 1 2 5 4 3 4 2 5 1 1 1 4 3 5 3 4 2 3 5 1 5 3

- Hvad var den gennemsnitlige bedømmelse?

6. I forbindelse med en undersøgelse af en kontorstols holdbarhed, blev stolen udsat for en test, der bestod i at påvirke den med 1.000 kraftige vibrationer pr. minut. Testen blev afsluttet, når der var synlige tegn på skade på stolen. Forsøgsresultaterne fremgår af tallene herunder.

Holdbarhed overfor 1.000 vibrationer pr. minut

988 timer 1.250 timer 670 timer 876 timer 945 timer 760 timer 1.068 timer

- Hvor mange stole blev testet?
- Hvad var det gennemsnitlige antal timer stolene kunne holde til ved testen?
- Kan forhandleren love, at 9 ud af 10 stole holder mere end 900 timer?

Ikke grupperede fordelinger

Oftentimes vil man opstille en tabel, der viser, hvorledes tallene i et talmateriale fordeler sig mellem de forskellige mulige værdier. I forbindelse med tabeller anvendes følgende udtryk:

Hyppighed: antallet af gange en værdi optræder.

Frekvens: hyppigheden som del antallet af værdier i materialet.

Frekvensen kan angives som procenttal, decimaltal eller brøk.

Eksempel: Tabellen herunder angiver det antal fejl nogle elever lavede ved en prøve.

5 5 2 7 5 6 5 3 8 7 3 6 2 4 5 4 7 6 4 5

Opstil en tabel, der viser hyppigheds- og frekvensfordelingen

Løsning: Der er seks 3-taller i materialet. Hyppigheden af 3 er altså 2.

Der er i alt 20 tal i materialet.

Frekvensen af 3-taller: $3 : 20 \cdot 100\% = 15\%$

antal fejl	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Hyppighed	0	0	2	2	3	6	3	3	1
Frekvens	0%	0%	10%	10%	15%	30%	15%	15%	5%

1. En undersøgelse af det antal rum nogle personer havde i deres bolig gav følgende resultater:

3 3 2 5 3 6 2 1 8 5 3 4 2 6 4 1 2 3 4 6 3

- Lav en hyppigheds- og frekvenstabel
- Hvor mange procent havde 4 rum i deres bolig?
- Hvor mange procent af personerne havde 2 rum i deres bolig?
- Hvor mange havde 2 rum eller derunder?
- Hvor mange procent havde 3 rum eller derunder?

2. En gruppe børn blev spurgt hvor mange gange de havde været i biografen i løbet af deres sommerferie.

Svarene fremgår af følgende:

4 3 10 5 3 2 0 0 1 2 0 4 3 0 0 2 6 8 2 9 8 0 1 2

- Lav en tabel, der viser hyppigheds- og frekvensfordelingen.
- Hvor mange af børnene havde ikke været i biografen?
- Hvor stor en procentdel af børnene havde været 5 gange eller mindre i biografen?

3. Tabellen viser karakterfordelingen ved en prøve.

Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Elever i %	0	2	3	10	15	28	12	17	10	3

- Hvor mange procent af eleverne havde fået 7 eller derunder?
- Hvor mange procent havde fået over 7?

4. Følgende tabel viser en hyppighedsfordeling:

Værdi	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Hyppighed	8	10	9	12	20	24	10	8	5	2	4

- Hvor mange tal indgik i talmaterialet?
- Find mindsteværdi, størsteværdi og middelværdi

5. Følgende tabel viser resultatet af en undersøgelse af, hvor mange ugeblade en række personer havde adgang til i løbet af en uge.

Antal ugeblade:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antal adspurgte:	15	2	11	8	2	6	3	2	0	0	1

- Hvor mange var med i undersøgelsen?
- Angiv mindsteværdi, størsteværdi, middelværdi og typetal.
- Lav en tabel, der viser frekvensfordelingen.
- Hvor stor en procentdel havde adgang til 0 eller 1 ugeblad pr. uge?

6. I et boligkvarter med nyere huse havde 32 huse følgende alder:

0	1	2	1	0	3	0	3	1	2	0	2	1	3	0
3	1	2	0	2	1	3	0	3	0	1	2	1	0	0

Lav en tabel, der viser hyppighed og frekvens og besvar følgende spørgsmål:

- Hvor mange procent af husene var mere end 1 år gamle?
- Hvor mange af husene var netop 1 år gamle?

Pindediagram, cirkeldiagram og procentsøjle

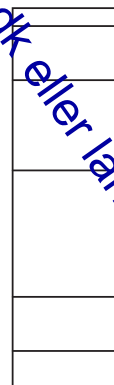
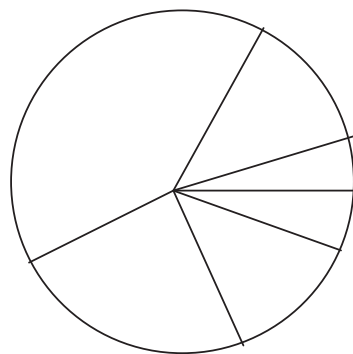
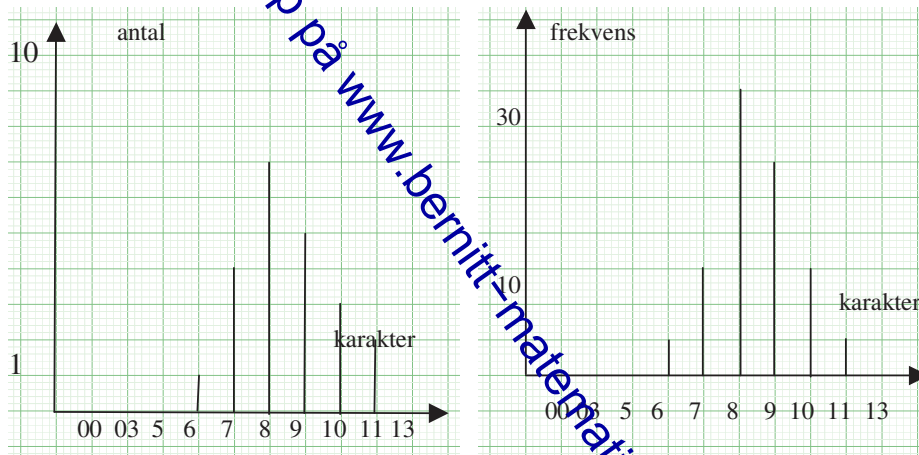
Fordelelinger kan vises i et pindediagram, cirkeldiagram eller med en såkaldt procentsøjle.

Eksempel: Skemaet viser karakterfordelingen på et hold.

Karakter	6	7	8	9	10	11	13
Hypighed	1	3	7	5	3	1	0
frekvens	5%	15%	35%	25%	15%	5%	0%

Vis tallene i et pindediagram, et cirkeldiagram og med en procentsøjle.

Løsning:



Cirkeludsnittene beregnes sådan: $360^\circ \cdot \text{frekvens}$

1. To terninger blev kastet 50 gange.
Ved hvert af kastene blev det samlede øjeantal på de to terninger skrevet ned.
Resultaterne var:
4 7 8 6 3 9 8 3 10 6 7 5 3 8 9 11 12 7 8 4 3 2 6 9 10
7 10 5 7 9 4 8 11 4 7 3 2 12 4 7 6 8 10 5 11 4 7 6 2 6
 - Lav en tabel, der viser hyppigheds- og frekvens fordelingen.
 - Lav derefter to pindediagrammer, der viser fordelingen.
 - I hvor mange procent af tilfældene viste terningerne 6 øjne i alt?
Hvilket udfald forekom de fleste antal gange?

2. En humanitær hjælpeorganisation fortalte i en brochure om, hvorledes de anvendte de indsamlede penge.
Bistand: 44,2%, Katastrofehjælp: 23,4%, Varehjælp: 26,4%, Administration, reklame m.v.: 5,8%
 - Vis fordelingen med et cirkeldiagram.

3. Følgende tal viser, hvorledes forholdet er mellem erhvervsuddannelser og de såkaldte almene ungdomsuddannelser i 1980, 1990 og 2000:

	1980	1990	2000
Erhvervsuddannelse	33%	37%	44%
Gymnasium og HF	40%	48%	49%
Restgruppe	27%	15%	7%

- Vis tallene med tre procentsøjler og kommentér kort udviklingen.
4. Tallene herunder angiver det antal aviser, en række personer angav at have læst indenfor den seneste uge før de blev spurgt.

6 6 6 7 4 0 0 6 7 5 0 14 3 12 12 0 2 5 6 4 5 4 5 3

- Lav et pindediagram, der viser frekvensfordelingen.
- Hvor mange procent af de adspurgte havde læst 6 aviser eller færre i den pågældende uge?

5. En families udgifter fordelte sig som anvist:
Bolig, opvarmning m.v.: 26,8%, Fødevarer: 19,8%, Beklædning m.v.: 7,3%,
Transport: 15,0%, Fritid: 8,8% og andet: 22,3%
 - Vis tallene med en procentsøjle.

Grupperede fordelinger

Spredt tallene i et talmateriale sig over et meget stort antal forskellige værdier, så man ofte inddeler tallene i grupper (intervaller).

Interval: kan angives som $]0 ; 10]$ eller $0 < x \leq 10$
 Begge skriveformer betyder:
 "Fra 0 til og med 10"

Intervalhyppighed: antal værdier i det pågældende interval.
 frekvens: antal værdier i intervallet som del af det samlede antal.

Eksempel: På en mindre virksomhed havde de ansatte følgende månedslønninger:

20.255 kr 19.975 kr 20.604 kr 19.765 kr 21.432 kr 18.675 kr.
 21.467 kr 18.604 kr 21.432 kr 19.876 kr 21.378 kr 19.865 kr.

Inddel lønningerne i grupper med intervallængden 1.000 kr.:
 $]18.000 ; 19.000]$ $]19.000 ; 20.000]$ osv.
 Opstil en tabel over hyppighed og frekvens

Løsning:

Løn i kr	$]18000;19000]$	$]19000;20000]$	$]20000;21000]$	$]21000;22000]$
Hyppighed	2	4	2	4
Frekvens	17%	33%	17%	33%

1. I en prøve deltog 25 elever.

Der blev givet op til 50 point for de enkelte besvarelser.

Herunder kan du se hvor mange point de forskellige elever opnåede.

32 41 27 35 19 43 28 18 23 34 45 30
 21 48 33 40 23 34 45 39 32 29 30

- Beregn det gennemsnitlige antal point (helt tal) eleverne fik.
- Inddel tallene i følgende grupper:

Point

0 – 10, 11 – 20, 21 – 30, 31 – 40, 41 – 50