

DEMO brikkerne til
regning & matematik

statistik og sandsynlighed

trin 2

preben bernitt

Køb hele hæftet på www.bernitt-matematik.dk eller lån gratis på www.eReolen.dk Hjælp på www.bernitt-matematik.dk

DEMO

brikkerne

statistik og sandsynlighed 2

Udgave som E-bog

ISBN: 978-87-92488-20-6

© 2014 by bernitt-matematik.dk®

Kopiering af denne bog er kun tilladt efter aftale med bernitt-matematik.dk

Læs nærmere om dette på www.bernitt-matematik.dk eller ved at kontakte:

bernitt-matematik.dk

mail@bernitt-matematik.dk

Fjordvej 6

4300 Holbæk

DEMO
Test dele og få Hjælp på www.bernitt-matematik.dk eller låne gratis på www.eReolen.dk
DEMO

Til den, der skal bruge hæftet

Dette hæfte er lavet til den, der har arbejdet med simpel statistik og sandsynlighedsregning. Dvs. at man kender til at lave hyppigheds- og frekvens tabeller og tegning af diagrammer, der visser disse. I sandsynlighedsregning kender man til at beregne sandsynligheder i simple situationer. Begge disse ting kan man have lært at kende ved at arbejde med hæftet: Statistik og sandsynlighed 1.

I dette hæfte lærer man nogle flere statistiske begreber at kende, man kommer til at arbejde med begreberne fraktiler og kvartiler og ser hvorledes man beregner middelværdi ud fra oplysningerne i en tabel. På siderne om sandsynlighedsregning vil man stifte bekendtskab med faget kombinatorik, der handler om at bestemme antallet af kombinationsmuligheder af flere hændelser.

I dette hæfte vises med eksempler, hvorledes man laver statistisk beskrivelse af talmaterialer og beregner sandsynligheder. Efter eksemplerne er der opgaver man skal løse. Er man lidt usikker på nogle af de begreber, der anvendes i eksemplerne og opgaverne kan man se ordforklaringer, der står på side 26.

Man behøver ikke løse alle opgaverne: Hvis man har forstået eksemplerne og kan se, at man uden problemer kan løse opgaverne, kan man springe dem over.

Fra side 24 er facitliste. Der kan man se forslag til løsninger.

Fra side 28 er samlet de begreber, regneregler og metoder, som arbejdet med hæftet indøver. Siderne kan også bruges som en indholdsfortegnelse til hæftet fordi der ved hver regel er en henvisning til, hvor i hæftet man kan læse mere.

Ikke grupperede fordelinger

Oftentimes vil man opstille en tabel, der viser, hvorledes tallene i et talmateriale fordeles sig mellem de forskellige mulige værdier. I forbindelse med tabeller anvendes følgende udtryk:

Hyppighed: antallet af gange en værdi optræder.

Frekvens: hyppigheden som del antallet af værdier i materialet.

Summeret frekvens: frekvensen kan angives som procenttal, decimaltal eller brøk.

Summeret

hyppighed: antallet af gange, der optræder værdier, der er mindre end eller lig med en grænseværdi.

Summeret

frekvens: den summerede hyppighed som del af antallet af værdier.

Eksempel: Tallene herunder angiver det antal fejl nogle elever lavede ved en prøve.

5 5 2 7 5 6 5 5 8 7 3 6 2 4 5 4 7 6 4 5

Opstil en tabel, der viser hyppigheds- og frekvensfordelingen samt de summerede hyppigheder og summerede frekvenser.

Løsning:

antal fejl	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Hyppighed	0	0	2	2	3	6	3	3	1
Frekvens	0%	0%	10%	10%	15%	30%	15%	15%	5%
Sum hyp.	0	0	2	4	7	13	16	19	20
Sum. frek.	0%	0%	10%	20%	35%	65%	80%	95%	100%

1. En undersøgelse af det antal rum nogle personer havde i deres bolig gav følgende resultater:

3 3 2 5 3 6 2 1 8 5 3 4 2 6 4 1 2 3 4 7 6 3

- Lav en hyppigheds- og frekvenstabel, samt en tabel, der viser de summerede hyppigheder og de summerede frekvenser.
- Hvor mange procent havde 4 rum i deres bolig?
- Hvor mange procent havde 2 rum i deres bolig?
- Hvor mange havde 2 rum eller derunder?
- Hvor mange procent havde 3 rum eller derunder?

2. I en avis kunne man læse følgende:

"... 6,5% af de adspurgte havde blot haft én sygedag i det forløbne år, 9,8% havde haft to sygedage og i alt 70,7% havde haft 20 sygedage eller derunder."

- Bestem den summerede frekvens af personer med henholdsvis 2 og 20 sygedage.

3. En gruppe børn blev spurgt om hvor mange gange de havde været i biografen i løbet af deres sommerferie. Svarene fremgår af følgende:

4 3 10 5 3 2 0 0 1 2 0 4 3 0 0 2 6 8 2 9 8 0 1 2

- Lav en tabel, der viser hyppighed og de summerede hyppigheder og frekvenser.
- Hvor mange af børnene havde ikke været i biografen?
- Hvor stor en procentdel af børnene havde været 5 gange eller mindre i biografen?

4. Tabellen viser karakterfordelingen ved en prøve.

Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Elever i %	0	2	3	10	15	28	12	17	10	3

- Hvor mange procent af eleverne havde fået 7 eller derunder?
- Hvad var den summerede frekvens af karakteren 7?

5. Følgende tabel viser en hyppighedsfordeling:

Værdi	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Hyppighed	8	10	9	12	20	24	10	8	5	2	4

- Hvor mange tal indgik i talmaterialet?
- Find mindsteværdi, størsteværdi og middelværdi.
- Lav en tabel, der viser den summerede frekvensfordeling.

6. Følgende tabel viser resultatet af en undersøgelse af, hvor mange ugeblade en række personer havde adgang til i løbet af en uge.

Antal ugeblade:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antal adspurgte:	15	20	11	8	2	6	3	2	0	0	1

- Angiv mindsteværdi, størsteværdi, middelværdi og typetal.
- Lav en tabel, der viser frekvensfordelingen og de summerede frekvenser.
- Hvor stor en procentdel havde adgang til 0 eller 1 ugeblad pr. uge?

DEMO Trappediagram

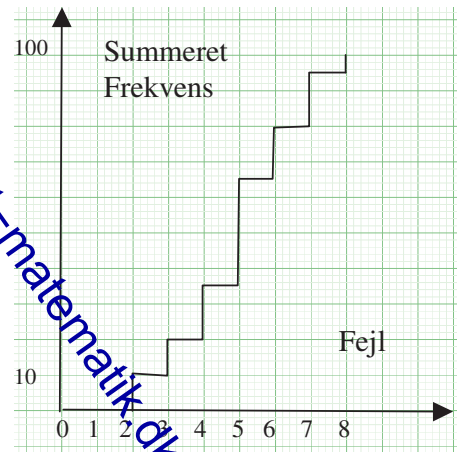
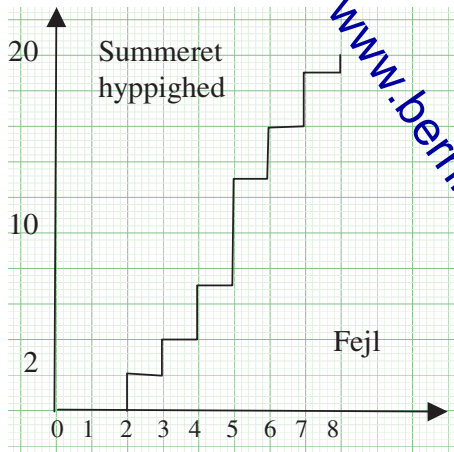
Trappediagrammer anvendes til at vise summerede hyppigheder og summerede frekvenser.

Eksempel: Tabellen viser antallet af fejl, som nogle elever lavede til en prøve:

antal fejl	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Hyppighed	0	0	2	2	3	6	3	3	1
Frekvens	0%	0%	10%	10%	15%	30%	15%	15%	5%
Sum hyp.		0	2	4	7	13	16	19	20
Sum. frek.	0%	0%	10%	20%	35%	65%	80%	95%	100%

Vis de summerede hyppigheder og de summerede frekvenser med trappediagrammer.

Løsning:



1. Nogle biler blev undersøgt med hensyn til sikkerheds mæssige fejl. Antallet af fejl pr. bil fremgår af tallene herunder:

3 0 0 2 4 1 0 0 0 5 2 1 0 0 0 2 0 1 0 4 0 5 3 2 1 0

- Tegn trappediagrammer, der viser de summerede hyppigheder og summerede frekvenser.
- Hvor mange havde 5 fejl eller derunder?
- Hvor mange procent havde over 4 fejl?

Fraktiler

Fraktiler er deskriptorer, der kan aflæses i et trappediagram, der viser den summerede frekvensfordeling.

En fraktil angiver den værdi som den pågældende del af værdierne er mindre ned eller lig med. F.eks. er 25%-fraktilen, den værdi som 25% af tallene er mindre end eller lig med. 25%-fraktilen kaldes også for 1. kvartilen, 50%-fraktilen kaldes medianen og 75%-fraktilen for den 3. kvartil:

1. kvartil (nedre kvartil):

den værdi som 25% af tallene er mindre end eller lig med.

2. kvartil (median):

den værdi som 50% af tallene er mindre end eller lig med.

3. kvartil (øvre kvartil):

den værdi som 75% af tallene er mindre end eller lig med.

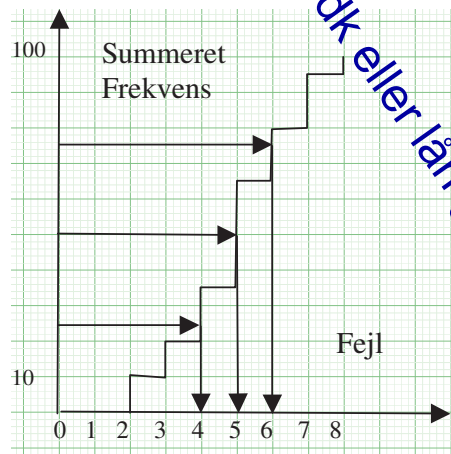
1. kvartil, 2. kvartil og 3. kvartil kaldes tilsammen for kvartilsættet

Eksempel: Tabellen viser antallet af fejl, som nogle elever lavede til en prøve:

antal fejl	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Hyppighed	0	1	2	2	3	6	3	3	1
Frekvens	0%	0%	10%	10%	15%	30%	15%	15%	5%
Sum hyp.	0	0	2	4	7	13	16	19	20
Sum. frek.	0%	0%	10%	20%	35%	65%	80%	95%	100%

Vis de summerede frekvenser med et trappediagram og aflæs talmaterialets kvartilsæt

Løsning:



1. kvartil: 25% af eleverne har fået 4 fejl eller derunder
 2. kvartil: 50% eleverne har fået 5 fejl eller derunder.
 3. kvartil: 75% eleverne har fået 6 fejl eller derunder.

1. Følgende tabel viser resultatet af en undersøgelse af, hvor mange plomberinger en udvalgt gruppe børn havde i deres tænder.

Antal plomberinger:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antal børn:	9	10	4	5	3	0	2	1	0	2	1

- Udregn de summerede frekvenser og tegn et trappediagram.
- Aflæs 20%-fraktilen og 80%-fraktilen.

2. I en avis kunne man læse følgende:

"Den dårligst lønede fjerdedel af funktionærer ansat indenfor bygge- og anlægssektoren tjente for 10 år siden 21.500 kr. eller derunder."

- Hvilket statistisk begreb er anvendt i artiklen?

3. Deltagerne i en test blev delt i tre forsøgsgrupper samt en kontrolgruppe. Hver deltager fik tildelt et antal point fra 0 til 10 afhængig af, hvorledes de havde klaret testen. Følgende point blev givet:

Gruppe A	Gruppe B	Kontrolgruppe
5 4 6 3 6	8 3 0 10	6 5 6 4 8 3 7
2 9 5 4 1	2 8 3 4 3	2 9 3 10 0 4 5
8 5 6 3 4	4 5 2 1 0	6 5 7 4 3 2 9
4 5 6 7 3	9 10 8 2 8	5 6 8 4 6 9 10

- Lav tre tabeller, der viser frekvensfordeling og fordeling af summerede frekvenser for de tre grupper.
- Tegn tre trappediagrammer i samme koordinatsystem.
- Aflæs de tre gruppers kvartilsæt.
- Hvilken af grupperne ligner kontrolgruppen mest?

4. En række personer blev spurgt om, hvor mange gange de havde brugt offentlige transportmidler indenfor den seneste uge. Svarene fremgår af nedenstående:

0 5 12 4 2 0 0 4 0 0 10 10 10 0 5 0 6 8 0 10 0 3 4
2 0 1 5 4 10 12 8 3 5 8 9 7 3 2 0 1 4 0 9 5 2 9

- Lav en tabel der viser hyppigheds- og frekvensfordelingen samt de summerede frekvenser.
- Tegn et trappediagram og find medianen.
- Forklar hvad medianen viser.

Grupperede fordelinger

Spredter tallene i et talmateriale sig over et meget stort antal forskellige værdier, vil man ofte inddele tallene i grupper (intervaller).

Interval: kan angives som $]0 ; 10]$ eller $0 < x \leq 10$
Læs eventuelt forklaring på side 28.

Interval-
hyppighed: antal værdier i det pågældende interval.

frekvens: antal værdier i intervallet som del af det samlede antal.

summeret
hyppighed: antal værdier i intervallet og under dette.

summeret
frekvens: Summeret hyppighed som del af det samlede antal

Eksempel: På en mindre virksomhed havde de ansatte følgende lønninger:
20.255 kr 19.875 kr 20.604 kr 19.765 kr 21.432 kr 18.675 kr.
21.467 kr 18.604 kr 21.432 kr 19.876 kr 21.378 kr 19.865 kr.
Inddel lønningerne i grupper med intervallængden 1.000 kr.:
 $]18.000 ; 19.000]$ $]19.000 ; 20.000]$ osv.
Opstil en tabel over interval-hyppighed, summeret hyppighed og summerede frekvenser.

Løsning:

Løn i kr	$]18000;19000]$	$]19000;20000]$	$]20000;21000]$	$]21000;22000]$
Hyppighed	2	4	2	4
Summeret hyppighed	2	6	8	12
Summeret frekvens	17%	50%	67%	100%

1. Højdemåling af en gruppe børn gav følgende resultat

Højde i cm:

152 143 132 145 138 124 165 121 136 132 143 139 123 142 155

- Inddel materialet i intervaller med intervallængden 5 cm:
- $]120,125]$ $]125,130)$ osv.
- Lav en tabel, der viser intervalfrekvenser og summerede intervalfrekvenser.
- Hvor mange procent af børnene var 135 cm eller derunder?
- Hvor mange procent af børnene var over 135 cm?

2. Nogle mennesker blev spurgt om, hvor mange cigaretter de havde røget dagen forinden.
Svarene fremgår af nedenstående liste:

0 0 3 0 20 15 0 40 10 28 18 45 20 10 8 4 6 6 12 0 0 4 0

- Inddel materialet i følgende grupper:
 $x \leq 0$, $0 < x \leq 10$, $10 < x \leq 20$, $20 < x \leq 30$, $30 < x \leq 40$ og $x > 40$
- Lav en tabel, der viser intervalfrekvenserne og de summerede intervalfrekvenser.
- Hvor mange procent af de adspurgte havde røget 10 cigaretter eller derunder?

3. Inddel følgende tal i intervaller med interval længden 2:

1,2 3,8 2,1 4,6 8,5 9,0 7,4 1,2 3,7 4,5 4,3 6,0 9,1 4,0 0,8

- Lav en tabel, der viser intervalfrekvenserne.

4. En undersøgelse af nogle mejeriers sødmælks produkter gav følgende resultat:

Mejeri nr.	Test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1530-2		3,5	4,2	3,5	3,4	3,7	3,6	3,8	3,9	4,0	4,1
2364-1		3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3,6	3,6	3,7	3,5	3,6
14560-9		4,2	4,1	4,2	3,8	3,7	3,8	3,4	3,7	3,6	3,5
23410-3		2,9	3,0	2,9	3,0	3,4	3,6	3,5	3,4	3,6	3,7

- Opstil en tabel, der viser hvorledes mejeriernes resultater fordeler sig på intervallerne: $]2,5 ; 3,0]$ $]3,0 ; 3,5]$ osv.

5. En stikprøve-undersøgelse af de biler, der passerede et bestemt sted henholdsvis mellem kl. 8.00 og kl. 9.00 og kl. 12.00 og kl. 13.00 gav følgende resultat om bilernes alder.

Alder i år kl. 8.00 – 9.00						
1	0	2	0	3	1	4
5	10	8	7	3	2	9
5	2	4	8	12	4	15

Alder i år kl. 12.00 – 13.00						
2	10	8	9	13	7	24
4	0	1	4	7	9	1
4	7	9	4	3	2	6

- Lav to tabeller, der viser frekvensfordelingen i følgende intervaller:
- $[0, 2)$ $[2, 4]$ $[4, 6]$ $[6, 8]$ $[8, 10]$ $[10, 20]$ $[20, 30]$
- Beskriv kort forskellen på de to undersøgelser.