

brikkerne til
regning & matematik

potenstal og rodtal

F+E+D

UENLIG

preben bernitt

brikkerne

til

regning & matematik

potenstal og rodtal F

ISBN: 978-87-92488-06-0

2. Udgave som E-bog

© 2010 by bernitt-matematik.dk

Kopiering er kun tilladt efter aftale med bernitt-matematik.dk.

Læs nærmere om dette på

www.bernitt-matematik.dk

eller kontakt nedenstående adresse.

DEMO

bernitt-matematik.dk

mail@bernitt-matematik.dk

Fjordvej 6

4300 Holbæk

Forord

Hæftet er et af ni, der er udarbejdet til undervisning på VUC på niveauerne **F+E+D** og dette indeholder *kernestof-fet*, som det er beskrevet om tal og algebra i undervisningsvejledningen om trin **F**.

Dette er en *beta-udgave*, der er udarbejdet med baggrund i vejledningen om undervisning på VUC, der udkom i 2009. I forhold til de krav, der viser sig at blive stillet ved de fremtidige skriftlige prøver efter trin D, kan der være fag indhold, der mangler og der kan være fag indhold, der senere viser sig ikke at være relevant.

bernitt-matematik.dk fralægger sig ethvert ansvar for eventuelle følger af at anvende hæftet.

Siderne er opdelt således, at først vises med eksempler, hvorledes man regner i forskellige situationer og fagudtryk forklares. Derefter er der opgaver man skal løse.

Til nogle af opgaverne er det en fordel at bruge en lommeregner med en tast der kan bruges til at udregne potensstal. Ved tasten står enten y^x eller x^y . Det vil være en fordel, hvis lommeregneren også har en tast til udregning af rodtal. Den kan se således ud: $y^{1/x}$ eller således: $\sqrt[x]{y}$.

Man behøver ikke løse alle opgaverne: Hvis man har forstået eksemplerne og kan se, at man uden problemer kan løse opgaverne kan man springe dem over.

På side 12 er en facitliste. Der kan man se om man regner rigtigt.

Potenstal

Eksempel 1:

Du skal udregne værdien af det potenstal, der har roden 5 og eksponenten 3. Man kalder det også for at du skal opløfte 5 i 3. potens eller blot for 5 i tredje.

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Forklaring:

Potenstal er en kortere måde at skrive gangestykker, hvori det samme tal indgår flere gange.

Potenstal består af to tal: en rod og en eksponent. Roden er det tal man skal gange med og eksponenten angiver, hvor mange gange man skal gange med roden.

Alle tal kan skrives osm potenstal. Fx kan tallet 125 skrives som 125^1 . Som regel udelader man dog eksponenten når den er 1.

Har man en lommeregner med en tast med x^y kan man bruge denne til at udregne potenstal. Læs mere på side 21 om brugen af denne.

1 Udregn følgende potenstal ved at lave det om til et gangestykke.

- 4^3 6^2 5^5 6^1

2 Udregn følgende potenstal ved at bruge lommeregnerens tast med x^y .

- 5^2 100^2 10^3 6^8

3 Skriv følgende som potenstal:

- $4 \cdot 4 \cdot 4$ $6 \cdot 6$ $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$
 25 100 10.000 12

Eksempel 2:

I en brochure om Storebæltbroen har du læst, at der er brugt 25.000 kabler, hver med en længde på 15.000 m. Du bruger lommeregner til at regne den samlede længde

Samlet længde: $25.000 \cdot 15.000$

Lommeregneren svarer: 3.75^{08}

Dette er: $3,75 \cdot 10^8 = 375.000.000 \text{ m}$

Forklaring:

Potenstal bruges blandt andet når man har at gøre med meget store tal. Man skriver dem efter følgende regel:

Et et-cifret kommatal (et ciffer foran kommaet) gange med et potensstal med roden 10 og en eksponent, der svarer til hvor mange gange man skal gange det et-cifrede tal med 10, for at finde det rigtige tal..

Det kaldes for at skrive tallet med eksponentiel notation.

- 1 Du har læst, at hver dansker i gennemsnit skylder 30.000 kr. til udlandet. Du regner med at der er 5 millioner danskere.
 - Brug lommeregner til at finde den samlede udlandsgæld. Skriv facit som almindeligt decimaltal.
- 2 I en fysikbog har du set at lysets hastighed er $3 \cdot 10^8$ m/sek.
 - Skriv tallet for lysets hastighed som decimaltal.
- 3 Du skal omsætte 4 km til cm ved at gange med 100.000
 - Skriv facit med eksponentiel notation.
- 4 Skriv tallene med eksponentiel notation.
 - 900.000 ● 154.000. ● 1 mio. ● 10

Regning med potenstal

Eksempel 1:

Du skal gange to potenstal med hinanden. De har samme rod.

$$\begin{aligned}10^4 \cdot 10^6 &= \\10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 &= \\10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 &= \\10^{10} &\end{aligned}$$

eller:

$$\begin{aligned}10^4 \cdot 10^6 &= \\10^4 \cdot 10^6 &= 10^{4+6} = 10^{10}\end{aligned}$$

Forklaring:

Når man ganger potenstal der har samme rod bliver facit et potenstal med en eksponent, der kan findes ved at lægge eksponenterne sammen.

- 1 Lav gangestykkerne om til ét potenstal.
 - $2^5 \cdot 2^3$ ● $10 \cdot 10^3$ ● $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^3$
- 2 I gangestykkerne herunder er tallene skrevet med eksponentiel notation.
Lav gangestykkerne ved først at gange de encifrede tal med hinanden og dernæst titalspotenserne.
 - $1,2 \cdot 10^3 \cdot 4,0 \cdot 10^4$ ● $5,1 \cdot 10^5 \cdot 4,6 \cdot 10^3$
- 3 Du har læst at hvert stålkabel i en bestemt hængebro bliver udsat for en kraft svarende til $5 \cdot 10^6$ kg.
Der er ialt 2.000 kabler.
 - Skriv 2.000 med eksponentiel notation og udregne derefter den samlede kraft i alle kabler.

Eksempel 2:

Du skal opløfte potestallet 10^5 i 4 potens.

$$(10^5)^4 = 10^5 \cdot 10^5 \cdot 10^5 \cdot 10^5 = 10^{5+5+5+5} = 10^{20}$$

eller:

$$(10^5)^4 = 10^{5 \cdot 4} = 10^{20}$$

Forklaring:

Når man opløfter et potestal i en potens får man et facit, der kan findes ved at gange de to eksponenter med hinanden.

- 1** Udregn. Facit skal skrives som potestal.
 - $(2^3)^2$
 - $(10^5)^2$
 - $(10^2)^3 \cdot 10^2$
- 2** Udregn. Facit skal skrives med eksponentiel notation.
 - $(2,0 \cdot 10^5)^2$
 - $(4,2 \cdot 10^4)^3$
 - $(5,0 \cdot 10^6)^2$
- 3** Udregn. Facit skal skrives som potestal.
 - $2^3 \cdot 2^3$
 - $3,14 \cdot (2,1 \cdot 10^3)^2$
- 4** Du har fået oplyst at jordens radius er $4,2 \cdot 10^6$ m og skal regne dens rumfang ud.
 - Udregn $4 : 3 \cdot (4,2 \cdot 10^6)^3$. Facit skal angives med eksponentiel notation.
- 5** For at udregne en ternings rumfang skal man sætte dens sidelængde i tredje potens.
En terning er angivet til at have sidelængden 2^5 .
 - Find terningens rumfang. Facit skal angives som potestal.

Eksempel 3:

Du skal dividere to potens-tal, der har samme rod.

$$10^4 : 10^2 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 : 10 \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 10^2$$

Eller:

$$10^4 : 10^2 = 10^{4-2} = 10^2$$

Forklaring:

Når man dividerer to potens-tal med samme rod får man et facit, der kan findes ved at trække eksponenterne fra hinanden.

Eksempel 4:

Du skal finde ud af, hvad der menes med 10^0 . Til dette kan du prøve at udregne fx $10^3 : 10^3$.

$$10^3 : 10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 : 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1$$

eller:

$$10^3 : 10^3 = 10^{3-3} = 10^0$$

10^0 er altså tallet 1.

Forklaring:

Et hvert tal opløftet i potensen 0 giver tallet 1 som facit.

Det skyldes at et tal opløftet i 0 altid vil være resultatet, når man dividerer to lige store tal med hinanden.

- 1 Udregn følgende. Facit skal angives som potens-tal.
 - $3^4 : 3^2$
 - $10^5 : 10^2$
 - $2^2 \cdot 2^3 : 2^4$
 - $5^2 : 5^2$
- 2 Udregn følgende. Facit skal angives med eksponentiel notation.
 - $2,4 \cdot 10^6 : 1,2 \cdot 10^3$
 - $4,2 \cdot 10^5 : 6,0 \cdot 10^3$
- 3 Du ved at lysets hastighed er $3 \cdot 10^8$ m/sek og at afstanden til solen er $8,1 \cdot 10^{10}$ m.
 - Hvor lang tid er solens lys om at nå jorden?

Eksempel 5:

Du skal dividere to potens-tal, der har samme rod og hvor det tal, du dividere med har den største eksponent.

$$10^3 : 10^5 = 10^{3-5} = 10^{-2}$$

Eller:

$$10^3 : 10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 : 10 : 10 : 10 : 10 = 1 : 10 : 10$$

10^{-2} er altså det samme som $1 : 10 : 10$

Forklaring:

Har potens-tal en negativ eksponent, angiver eksponenten, hvor mange gange tallet 1 skal divideres med roden.

Potens-tal med negativ eksponent bruges blandt andet til eksponentiel notation af små tal.

Fx kan tallet 0,0004 skrives som $4,0 \cdot 10^{-4}$

1 Regn følgende. Skriv facit som potens-tal.

● $5^4 : 5^7$ ● $10 : 10^5$ ● $1 : 10^6$ ● $2^7 : 2^9$

2 Skriv som decimaltal.

● $1,5 \cdot 10^{-3}$ ● $4,0 \cdot 10^{-1}$ ● $5 \cdot 10^{-4}$ ● $1,3 \cdot 10^{-6}$

3 Skriv med eksponentiel notation.

● 0,0034 ● 0,1 ● 0,000502 ● En tiendedel

4 Regn følgende. Skriv facit som potens-tal.

● $10^4 \cdot 10^{-2}$ ● $10^{-3} \cdot 10^{-2}$ ● $10^{-3} : 10^5$ ● $10^3 : 10^{-2}$

5 Et vandmolekyle vejer $1,700 \cdot 10^{-24}$ g.

I 1 liter vand er der $5,882 \cdot 10^{26}$ molekyler.

● Hvad vejer 1 liter vand?

Rødder

Eksempel 1:

Du ved, at et tal er blevet opløftet i 3. potens og at facit blev 216. Du skal finde tallet.

$$\sqrt[3]{216} = 6 \text{ fordi } 6^3 = 216$$

Forklaring:

At uddrage roden af et tal er den modsatte regnearbejde af at opløfte i potens.

Mange lommeregner har en tast til at udregne rodtal. Læs på side 15, hvordan man gør.

Eksempel 2:

Du vil uddrage kvadratroden af 144.

$$\sqrt{144}$$

Der er to tal, der opløftet i 2. potens giver 144.:

$$+12 \cdot +12 = 144 \text{ og } -12 \cdot -12 = 144.$$

Kun tallet +12 må vælges som facit.

Forklaring:

Når man uddrage den lige rod af et tal (fx den 2. rod, den 4. rod osv.), er det vedtaget, at facit skal være et positivt tal.

1 Brug lommeregner til at finde kvadratroden af følgende tal.

- 10 1,25 0,01 -5

2 Brug lommeregner til at finde den 5. rod af følgende tal.

- 500 -100 1 0

3 Brug hovedregning til at finde kvadratroden af følgende tal.

- 169 10.000 1 81

Eksempel 3:

Du vil uddrage kvadratroden af 5^4 .

$$\sqrt[2]{5^4} = 5^{4:2} = 5^2$$

Forklaring:

Man kan uddrage kvadratroden af et potensstal ved at dividere eksponenten med 2. Skal man uddrage den 3. rod dividerer man med 3.

Eksempel 4:

Du vil skrive kvadratroden af 10 som potensstal.

$$\sqrt[2]{10} = 10^{1:2} = 5^{1/2} \text{ eller } 5^{0,5}$$

Forklaring:

Kvadratrod svarer til eksponenten $\frac{1}{2}$, kubikrod til eksponenten $\frac{1}{3}$ osv.

- 1 Find kvadratroden af tallene. Skriv facit som potens-tal.
 - 5^6
 - 10^8
 - 10^5
 - 5
- 2 Find kubikroden af tallene. Facit skal skrives som potensstal.
 - 10^6
 - 100
 - 10^9
 - 0
- 3 Du skal lave en karton skal være formet som en terning. Kartonnen skal kunne rumme 500 cm^3 ($\frac{1}{2}$ liter). Man finder rumfanget af en terning ved at sætte sidelængden i 3. potens.
 - Find terningens sidelængde.
- 4 Man finder en cirkels areal ved at sætte radius i 2. potens og derefter gange med 3,14.
 - Find radius i en cirkel, der skal have et areal på 5 m^2